

**LAIS ABERRACHID JACOPINI**

**Estimação de Parâmetros da Curva de Lactação e Desempenho  
Produtivo de Vacas da raça Girolando**

Recife, PE  
Dezembro de 2012

**LAIS ABERRACHID JACOPINI**

**Estimação de Parâmetros da Curva de Lactação e Desempenho  
Produtivo de Vacas da raça Girolando**

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural de Pernambuco, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Zootecnia, para a obtenção do título de Mestre em Zootecnia, área de Produção Animal.

Orientador: Prof. Dr. Severino Benone Paes Barbosa

Coorientadores: Prof. Dr. Marcelo de Andrade Ferreira

Pesq. Dr. Marcos Vinícius Gualberto Barbosa da Silva

Recife, PE  
Dezembro de 2012

Ficha catalográfica

J18e      Jacopini, Laís Aberrachid  
            Estimação de parâmetros da curva de lactação e desempenho  
            produtivo de vacas da raça Girolando / Laís Aberrachid Jacopini. –  
            Recife, 2012.  
            84 f. : il.

            Orientador: Severino Benone Paes Barbosa.  
            Dissertação (Mestrado em Zootecnia) – Universidade Federal  
            Rural de Pernambuco, Departamento de Zootecnia, Recife, 2012.  
            Referências.

            1. Abordagens estatísticas 2. Girolando 3. Modelos não lineares  
            4. Curvas de lactação I. Barbosa, Severino Benone Paes,  
            orientador II. Título

CDD 636

**LAIS ABERRACHID JACOPINI**

**Estimação de Parâmetros de Curva de Lactação e Desempenho  
Produtivo de Vacas da raça Girolando**

Dissertação defendida e aprovada pela Comissão Examinadora em 13 de Dezembro de  
2012.

**Orientador:**

---

Prof. Dr. Severino Benone Paes Barbosa  
Universidade Federal Rural de Pernambuco

**Comissão Examinadora:**

---

Prof. Dr. Marcelo de Andrade Ferreira  
Universidade Federal Rural de Pernambuco

---

Prof. Dr. Lúcia Helena de Albuquerque Brasil  
Universidade Federal Rural de Pernambuco

---

Pesq. Dr. Marcos Vinícius Gualberto Barbosa da Silva  
Embrapa Gado de Leite  
Juiz de Fora - MG

## **BIOGRAFIA DO AUTOR**

*Laís Aberrachid Jacopini*, filha de Lourenço Guilherme Jacopini e Regina Lúcia Aberrachid Jacopini, nasceu em Matão-SP, no dia 29 de Abril de 1987.

Em 2010 concluiu o curso de Zootecnia na Universidade Estadual de Maringá.

Em Março de 2011 iniciou as atividades no Programa de Pós-Graduação em Zootecnia da Universidade Federal Rural de Pernambuco, em nível de Mestrado, na área de Produção Animal. Em 13 de dezembro de 2012 submeteu-se à defesa de dissertação para obtenção do título de Mestre.

**DEDICO**

Aos meus pais,

**Lourenço e Regina.**

Ao meu irmão,

**Felipe.**

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus, pelo dom da vida e pelas possibilidades concedidas.

Aos meus pais, Lourenço Guilherme Jacopini e Regina Lúcia Aberrachid Jacopini, que, mesmo estando distantes, estiveram sempre ao meu lado, me apoiando e me guiando.

Ao Prof. Dr. Severino Benone Paes Barbosa, pela paciência, dedicação, explicações, ensinamentos, confiança que tanto contribuíram para esta conclusão.

À EMBRAPA Gado de Leite, que permitiu que parte desta dissertação fosse realizada na instituição.

Aos co-orientadores Marcelo de Andrade Ferreira e Marcos Vinícius Gualberto Barbosa da Silva, pelos ensinamentos, considerações a esta dissertação e também pela amizade.

À Daniela Andressa Lino Lourenço e ao professor Jaime Araújo Cobuci, por terem me ajudado nas análises estatísticas e posterior entendimento e compreensão das mesmas, além da amizade.

Ao meu namorado, Carlos Alberto dos Santos Deroide, pelo apoio e afeto, por estar presente comigo na maior parte da realização do projeto, pela grande ajuda e companheirismo.

Àqueles amigos e parentes que, mesmo distantes, me apoiaram e torceram por mim.

Àqueles que no início do mestrado eram colegas de Pós-Graduação e hoje são amigos: Ítala Iara, Wandemberg Rocha, Janaína Arandas, Marcelo da Silva, Ney Lins.

A todos que me ajudaram de alguma forma na realização deste trabalho.

## SUMÁRIO

	Página
LISTA DE TABELAS .....	ix
LISTA DE FIGURAS .....	x
I. INTRODUÇÃO GERAL .....	13
II. REVISÃO DE LITERATURA .....	15
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	19
CAPÍTULO I. Curvas de lactação de vacas Girolando, de diferentes grupos genéticos, por meio de diferentes modelos ajustados por abordagens frequentista e Bayesiana ....	37
Resumo .....	37
Abstract .....	38
Introdução.....	39
Material e Métodos .....	40
Resultados e Discussões.....	42
Conclusões.....	65
Referências Bibliográficas.....	66
CAPÍTULO II. Desempenho produtivo de vacas Girolando, de diferentes grupos genéticos, estimado pelo modelo de Wood ajustado por abordagem Bayesiana .....	68
Resumo .....	68
Abstract .....	69
Introdução.....	70
Material e Métodos .....	71
Resultados e Discussões.....	72
Conclusões.....	80
III. CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	80
Referências Bibliográficas.....	82



## LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO I. Curvas de lactação de vacas Girolando, de diferentes grupos genéticos,

por meio de diferentes modelos ajustados por abordagens frequentista e Bayesiana

TABELA 1. Número de observações e de vacas com diferentes composições genéticas de primeira e segunda ordem de parto ..... 41

TABELA 2. Estimativa dos parâmetros para os diferentes modelos ajustados, por abordagem frequentista, aos dados de produção de leite de vacas de primeira ordem de parto com diferentes composições genéticas Holandês – Gir..... 44

TABELA 3. Estimativa dos parâmetros para os diferentes modelos ajustados, por abordagem frequentista, aos dados de produção de leite de vacas de segunda ordem de parto com diferentes composições genéticas Holandês – Gir..... 45

TABELA 4. Estimativa *a posteriori* dos parâmetros para os diferentes modelos ajustados por abordagem Bayesiana, aos dados de produção de leite de vacas de primeira ordem de parto com diferentes composições genéticas Holandês – Gir. 52

TABELA 5. Estimativa *a posteriori* dos parâmetros para os diferentes modelos ajustados por abordagem Bayesiana, aos dados de produção de leite de vacas de segunda ordem de parto com diferentes composições genéticas Holandês – Gir . 55

CAPÍTULO II. Desempenho produtivo de vacas Girolando, de diferentes grupos genéticos, estimado pelo modelo de Wood ajustado por abordagem Bayesiana

TABELA 1. Número de observações e de vacas com diferentes composições genéticas de primeira e segunda ordem de parto ..... 71

TABELA 2. Estimativa *a posteriori* dos parâmetros para diferentes grupos genéticos de diferentes ordens de parto, ajustados pelo modelo de Wood (1967), por abordagem Bayesiana ..... 73

TABELA 3. Produção inicial, produção no pico, tempo para atingir o pico e persistência na lactação de vacas mestiças Holandês-Gir de primeira e segunda ordens de parto, estimados pela função gama incompleta ajustada por abordagem Bayesiana..... 75

TABELA 4. Duração da lactação e produção total de leite para vacas de primeira e segunda ordem de parto de diferentes grupos genéticos..... 77

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. Representação da curva de lactação dividida em três fases ..... 16

CAPÍTULO I. Curvas de lactação de vacas Girolando, de diferentes grupos genéticos, por meio de diferentes modelos ajustados por abordagens frequentista e Bayesiana

FIGURA 1. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/4H-3/4G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista ..... 46

FIGURA 2. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/2H-1/2G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista ..... 46

FIGURA 3. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 5/8H-3/8G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista ..... 47

FIGURA 4. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 3/4H-1/4G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista ..... 47

FIGURA 5. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 7/8H-1/8G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista ..... 48

FIGURA 6. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/4H-3/4G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista ..... 48

FIGURA 7. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/2H-1/2G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista ..... 49

FIGURA 8. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 5/8H-3/8G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista ..... 49

FIGURA 9. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 3/4H-1/4G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista ..... 50

FIGURA 10. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 7/8H-1/8G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista .....	50
FIGURA 11. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/4H-3/4G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.....	58
FIGURA 12. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/2H-1/2G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.....	58
FIGURA 13. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 5/8H-3/8G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.....	59
FIGURA 14. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 3/4H-1/4G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.....	59
FIGURA 15. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 7/8H-1/8G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.....	60
FIGURA 16. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/4H-3/4G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.....	60
FIGURA 17. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/2H-1/2G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.....	61
FIGURA 18. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 5/8H-3/8G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.....	61
FIGURA 19. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 3/4H-1/4G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.....	62
FIGURA 20. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 7/8H-1/8G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.....	62

CAPÍTULO II. Desempenho produtivo de vacas Girolando, de diferentes grupos genéticos, estimado pelo modelo de Wood ajustado por abordagem Bayesiana

FIGURA 1. Curvas de lactação dos diferentes grupos genéticos, de primeira ordem de parto, ajustadas pelo modelo de Wood (1967) por abordagem Bayesiana ..... 75

FIGURA 2. Curvas de lactação dos diferentes grupos genéticos, de segunda ordem de parto, ajustadas pelo modelo de Wood (1967) por abordagem Bayesiana ..... 76

# **Estimação de Parâmetros da Curva de Lactação e Desempenho Produtivo de Vacas da raça Girolando**

## **I. Introdução Geral**

A produção de leite no Brasil é caracterizada por ocorrer em toda a extensão nacional e por não possuir um padrão nos sistemas de produção, ocasionando uma grande variedade nos sistemas de produção de leite espalhados pelo país. Por um lado, tem-se que a grande maioria das propriedades apresenta baixa produtividade, enquanto que algumas poucas propriedades exibem elevada produção e altos índices de produtividade.

Dada a grande extensão territorial do país e da diversidade climática encontrada nas diversas regiões, a utilização de raças zebuínas têm-se destacado na exploração da atividade leiteira, como raça pura e/ou em sistemas de cruzamento. Estes cruzamentos têm o principal objetivo de aliar a capacidade adaptativa das raças zebuínas como, por exemplo, a raça Gir, ao potencial produtivo leiteiro das raças europeias especializadas como, por exemplo, a Holandesa.

Em virtude da importância destes cruzamentos, o Ministério da Agricultura e Reforma Agrária (BRASIL, 1992), através da portaria de nº 266, de 17 de Novembro de 1996, aprovou o regulamento para formação da raça bovina Girolando no país com o propósito de formar um grupo de animais capazes de produzir nas regiões tropicais e subtropicais, fundamentada no cruzamento das raças Holandesa (H) e Gir (G), passando por vários grupos genéticos desde  $1/2H-1/2G$  até  $7/8H-1/8G$ . Porém, os acasalamentos buscam a fixação do padrão racial no grupo genético  $5/8H-3/8G$ , objetivando obter animais produtivos, padronizados e adaptados que atendam às necessidades dos produtores de leite. A Girolando é uma raça que vem ganhando espaço nacional e internacional, tornando-se uma preferência para a produção de leite em regiões tropicais. Sua grande aceitação no Brasil faz com que do total de leite produzido no país, 80% provenha de animais da referida raça, sendo eles capazes de manter boa produção em diferentes situações climáticas e condições de manejo (SILVA et al., 2011).

Devido à presença de diferentes grupos genéticos e sua importância para a produção leiteira do país, é necessário avaliar o desempenho produtivo destes animais,

de modo a contribuir para o conhecimento sobre suas potencialidades para produção de leite em condições tropicais.

O estudo do comportamento produtivo de um animal pode ser feito através da curva de lactação, que representa a relação entre produção de leite e o tempo após o parto. Este estudo pode contribuir na tomada de decisões de manejo alimentar, reprodutivo ou descarte de animais. Permite melhor entendimento do sistema de produção, pois o conhecimento da forma da curva pode auxiliar o produtor na previsão da produção de leite de suas vacas em determinado estágio de lactação e separar animais de produção de leite semelhante, facilitando o manejo, reduzindo, assim, os custos de produção. Além disto, este estudo possibilita avaliação de reprodutores com base nas lactações incompletas de suas filhas.

Considera-se que a curva de lactação normalmente apresenta três fases, sendo elas a produção inicial, produção no pico e persistência. O pico é a produção máxima de leite ao longo da lactação e a persistência é definida, geralmente, como a capacidade da fêmea em manter a produção após o pico de produção. Alguns autores consideram a persistência o parâmetro mais importante da curva de lactação, pois animais persistentes produzem de maneira mais homogênea por toda a lactação (WOOD, 1967; COBUCI et al., 2003; LUDWICK & PETERSEN, 1943). Além disso, tem-se que animais com maiores persistências tendem a apresentar menor estresse fisiológico devido a menor produção no pico de lactação, o que minimiza a incidência de problemas reprodutivos e de doenças metabólicas, contribuindo para menores gastos no sistema de produção.

Na literatura são encontrados diversos modelos matemáticos que tentam descrever a curva de lactação de bovinos (PAPAJCSIK & BODERO, 1988; SHERCHAND et al., 1995; EL FARO et al., 1999; COBUCI et al., 2000; CUNHA et al., 2010; CRUZ et al., 2009, entre outros). A maioria dos modelos geralmente considera os parâmetros envolvidos com as três fases características da curva. Como a produção de leite de cada animal é particular, dependendo de fatores como composição racial, ordem de parto e alimentação, faz-se necessária a busca de um modelo que melhor se ajuste ao estudo de produção de leite de um animal ou grupo de animais de interesse.

A abordagem frequentista de ajustar modelos não lineares baseia-se em processos iterativos e, muitas vezes, considera a transformação logarítmica do modelo, visando deixá-lo linear. Porém, devido a algumas irregularidades nos dados

longitudinais e às correlações existentes entre os parâmetros do modelo (GALLANT, 1987), esses métodos produzem estimativas irreais.

A abordagem Bayesiana vem sendo utilizada com sucesso no estudo de curvas de lactação, pois considera os parâmetros como variáveis aleatórias, reduzindo, assim, o número de curvas atípicas (REKAYA et al., 2000; CHANG et al., 2001; JAMROZIK et al., 2001; GROENEWALD & VILJOEN, 2003). Além disso, essa abordagem requer um número menor de dados de produção por animal, sem necessitar de transformações (GOODALL & SPREVAK, 1985).

Recentemente, a introdução de métodos de Monte Carlo baseados em cadeias de Markov, denominado Método de Monte Carlo em Cadeias de Markov (MCMC) tem contribuído no sentido de viabilizar a implementação do estudo bayesiano (SORENSEN & GINOLA, 2002). O método consiste em processos iterativos para aproximar a geração de amostras de distribuições (FARIA et al., 2007).

Assim, objetivou-se comparar curvas de lactação de diferentes grupos genéticos da raça Girolando, por meio de seis diferentes modelos matemáticos e duas abordagens estatísticas, frequentista e Bayesiana; além de comparar a produção leiteira destes animais por meio dos parâmetros do modelo que melhor ajuste as curvas de lactação.

## **II. Revisão de Literatura**

### **1. Curva de lactação**

Como grande parte da produção de leite no Brasil é proveniente de animais zebuínos e seus cruzamentos, a produção de leite destes animais e também de animais taurinos, têm se tornado objeto de estudo, com interesse de obter parâmetros que possibilitem tomadas de decisão acerca do desempenho dos rebanhos, otimizando os procedimentos envolvidos com esta produção.

A curva de lactação pode ser definida como gráfico da produção de leite ao longo do tempo (KELLOGG et al., 1977), podendo ser utilizada no desenvolvimento de modelos de simulação (CUNHA et al., 2010), seleção genética (VANRADEN et al., 2006) e predição da produção de leite a partir de registros parciais (VAL-ARREOLA et al., 2004). Em complementação, com estudo da curva de lactação é possível estimar a produção total a partir de produções parciais, adiantando o descarte dos animais menos produtivos e a avaliação de reprodutores a partir de lactações incompletas de suas filhas, além de permitir um planejamento mais eficiente, principalmente quanto à

disponibilidade dos alimentos ao manejo alimentar dos animais (GLÓRIA et al., 2010; McMANUS et al., 2003).

Normalmente, a curva de lactação pode ser dividida em três fases: produção inicial; taxa de acréscimo da produção até o pico, caracterizado pela produção máxima; e, por fim, uma fase de declínio continuado até o fim da lactação (WOOD, 1967; CUNHA FILHO, 2002; COBUCI et al., 2003), como representado na Figura 1.

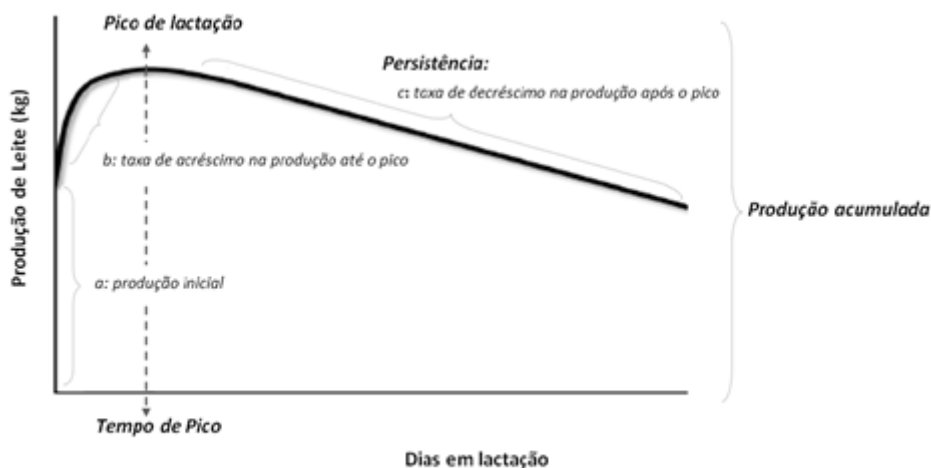


Figura 1. Representação da curva de lactação dividida em três fases

A curva de lactação pode ser modelada por meio de funções matemáticas (BEEVER et al., 1991; SCHAEFFER, 2004) e, segundo Adediran et al. (2012), estas funções resumem o perfil de lactação em parâmetros biologicamente interpretáveis. As estimativas dos parâmetros da curva podem ser ainda utilizadas para prever produções futuras de lactações incompletas, detectar variações na produção esperada de uma vaca em particular ou um rebanho e fornecer estimativas iniciais de produção total de leite para as decisões de escolha de reprodutores (JENSEN, 2001; SCHAEFFER, 2004).

O estudo da curva de lactação permite conhecer melhor o desenvolvimento deste processo fisiológico, favorecendo a tomada de decisão em relação ao manejo das vacas lactantes com base no estágio da lactação em que se encontram (COSTA et al., 1982). Deste modo, Novaes et al. (2003) citaram que o estudo da curva de lactação também permite ao produtor manejar os seus animais de acordo com as fases da lactação, ou seja, as vacas em mesmo estágio da lactação e nível de produção devem ser agrupadas, visando oferecer alimentação adequada e melhorar a eficiência alimentar do rebanho.



Sendo assim, a curva de lactação se mostra importante por auxiliar na caracterização da produção do animal durante toda a lactação, podendo ser identificados o tempo de ascensão ao pico, pico de produção, persistência de produção, duração da lactação, além de quedas bruscas de produção, resposta a dietas e manejo, dentre outros fatores (REKAYA et al., 2000).

A curva de lactação não é a mesma para diferentes animais, sendo influenciada por fatores como ordem de lactação, raça e alimentação (RODRIGUES et al., 2006; MORAND-FEHR, 2005). Por esta razão, o conhecimento da curva padrão de um rebanho é necessário para acompanhar e verificar se ocorre alguma modificação na produção de leite dos animais, possibilitando medidas para corrigi-la. Assim, a comparação da forma da curva entre grupos distintos de animais de interesse seria de grande importância, pois permitiria que fossem obtidas informações sobre a eficiência desses grupos, propiciando um melhor controle de produção (GROENEWALD & VILJOEN, 2003).

Segundo Oliveira et al. (2007), do ponto de vista genético, as curvas são importantes para o estabelecimento de estratégias capazes de otimizar a seleção e a busca de genótipos mais eficientes e rentáveis para o produtor.

### **1.1 Pico de produção**

Um parâmetro importante a ser considerado na curva de lactação é o pico de produção, que pode ser definido como a produção máxima de leite alcançada em um dia da lactação (WOOD, 1967). O pico é um dos principais fatores que determinam a produção de leite, o período e a forma da curva de lactação. Graficamente, o pico é representado pelo ponto de inflexão da curva de lactação.

Em vacas da raça Holandesa, Gonçalves et al. (2002) observaram que o pico de produção ocorreu, aproximadamente, 38 dias após o parto. Outros autores verificaram que o pico ocorreu mais tardiamente, entre 60 e 90 dias após o parto (SCHUTZ et al., 1990; STANTON et al., 1992; MACHADO, 1997; FERREIRA, 1999; COBUCI et al., 2004). Observa-se, então, que dentro da mesma raça ocorre grande variação nos parâmetros da curva de lactação.

Alguns autores relatam que determinadas lactações não apresentam pico, o que pode ocorrer devido ao fato do sistema de controle leiteiro adotado não proporcionar anotações de produção antes da ocorrência do pico. Cobby & Le Du (1978)

mencionaram dificuldades nos ajustes da curva de lactação de bovinos para detectar o pico de produção por ocorrer em poucas semanas após o parto e, às vezes, por falta de informação neste período, a estimação dos parâmetros associados a ele se torna dificultada.

Segundo Giron Pineda (1987), o pico é mais facilmente identificado em sistema de pesagem semanal do que em sistema de intervalos maiores; entretanto, em sistema de pesagem diária seria difícil identificar o pico, devido a grande variação da produção de leite. Bianchini Sobrinho (1988) ressaltou que embora o controle semanal apresente resultados satisfatórios para a estimativa da produção total de leite, a tendência observada em todo o mundo é a de diminuir a frequência dos controles leiteiros, minimizando, desta forma, os custos.

Considerando-se vacas zebuínas ou seus cruzamentos, o pico pode se apresentar no primeiro dia da lactação, ou seja, iniciando na produção máxima com ausência da fase de inclinação do parto ao pico (PAPAJCSIK & BODERO, 1988). Tal fato foi reportado em animais da raça Gir por Rebouças et al. (2008) e por Gonçalves et al. (1996).

Oliveira et al. (2007) verificaram que as curvas de lactação de animais F1 Holandês x Gir apresentaram queda na produção de leite já a partir do início da lactação, sem o pico de produção. Formato similar foi obtido por Madalena et al. (1979), que trabalharam com vacas F1 do cruzamento Holandês x Gir, 3/4 Holandesas e Holandesas puras. Os autores observaram pico de lactação entre o 5º e o 6º dia, ou seja, o pico de produção praticamente não ocorreu, caracterizando curvas praticamente lineares.

## **1.2 Persistência na lactação**

Outro parâmetro importante a ser considerado no estudo das curvas de lactação é a persistência. Na literatura são encontradas diversas definições para persistência, dentre elas, a capacidade da vaca em manter sua produção de leite após ter atingido produção máxima na lactação (COBUCI et al., 2004).

De acordo com Ludwick & Petersen (1943), a produção total de leite é função da persistência na lactação, do pico de produção de leite e da duração da lactação, sendo a persistência o principal componente da curva de lactação (WOOD, 1967).

Sanders (1923) relatou que o aumento da ordem de lactação das vacas proporciona incremento na produção de leite, porém, animais de primeira lactação se apresentam mais persistentes. Isso pode ser devido às vacas de primeira lactação estarem ainda em fase de crescimento corporal e desenvolvimento da glândula mamária e, portanto, teriam menor capacidade produtiva (SANTOS & FONSECA, 2006). Nesse sentido, Mattos (2004) citou que isto ocorre porque o tamanho corporal do animal está correlacionado com a produção de leite, pois quanto maior o crescimento corporal maior capacidade de ingestão de alimentos, resultando em maior produção de leite. Cobuci et al. (2001) verificaram que animais da raça Guzerá de primeira ordem de parto se mostraram mais persistentes que as demais ordens.

Neste sentido, a curva de lactação de vacas mais jovens é caracterizada por menores níveis de produção ao longo da lactação, mas com decréscimos mensais reduzidos, o que garante maior persistência quando comparada à persistência de vacas mais velhas (BATRA, 1986; COSTA et al., 1982; MILLER et al., 1967).

Ludwich & Petersen (1943) relataram que vacas com maiores persistências na curva de lactação apresentaram maior produção de leite, maior longevidade e, provavelmente, podem ser consideradas como eficientes produtoras, pois fornecem retorno econômico regular ao longo da vida útil (DEKKERS et al., 1996; JAMROZIK & SCHAEFFER, 1997).

A persistência é considerada o fator mais importante da curva pelo fato de possuir relação direta com aspectos econômicos da atividade leiteira (TEKERLI et al., 2000; JAKOBSEN et al., 2002; STEFANON et al., 2002). Sua importância econômica é relacionada à questão de que vacas com curvas de lactação mais persistentes têm necessidade energética mais constantes em toda a lactação, permitindo a utilização de alimentos mais baratos (DEKKERS et al., 1998), ou seja, para um mesmo nível de produção de leite, vacas que apresentam curva com menor inclinação na produção, podem se manter melhor com dietas de menores custos que aquelas com produção diária mais elevada durante o início da lactação (SÖLKNER & FUCHS, 1987; REENTS et al., 1996; GROSSMAN et al., 1999; TEKERLI et al., 2000).

Em estudo com vacas leiteiras, Wood (1967) e Johansson & Rendel (1972) constataram que é economicamente preferível um animal que produz leite em níveis moderados, de forma constante por toda sua lactação, em relação a outro que produz uma grande quantidade de leite no pico, porém com grande queda de persistência.

Em grande parte dos modelos matemáticos há um parâmetro relacionado à queda da produção após o pico. Este parâmetro é representado pela letra “c”, está relacionado com a taxa de declínio da produção de leite e também pode ser considerado uma medida da persistência na lactação (COBUCI et al., 2003). Porém, comparar a persistência entre animais apenas por este parâmetro não seria ideal, pois a persistência tem relação com a produção no pico e o tempo para atingi-lo. A mensuração da persistência na lactação pode se feita por meio das estimativas dos parâmetros de modelos matemáticos que descrevem a curva de lactação. Em alguns desses modelos, a persistência na lactação pode ser obtida pela combinação de parâmetros específicos do modelo, a exemplo da medida de persistência na lactação fornecida pelo modelo de Wood (1967): persistência =  $-(b+1)\ln(c)$ . De acordo com El Faro & Albuquerque (2002), a persistência é um parâmetro que não tem unidade e seus maiores valores absolutos indicam maior persistência, o que permitiria uma comparação direta entre animais de interesse.

### **1.3 Modelos matemáticos utilizados no estudo da curva de lactação**

Equações que descrevam a produção de leite em função do tempo podem ter grande utilidade em programas de melhoramento genético, no manejo nutricional dos rebanhos, em decisões sobre o descarte de vacas e em modelos de simulação dos sistemas de produção de leite.

A descrição de curvas de lactação normalmente é feita por modelos matemáticos não lineares, ajustados a dados decorrentes de produção de leite em intervalos consecutivos de tempo. Estes modelos geralmente apresentam parâmetros relacionados a taxas crescentes e decrescentes, as quais lhes conferem a não linearidade paramétrica. Através de funções desses parâmetros, outras características da curva de lactação, como a produção de leite no pico, tempo para atingir o pico e persistência podem ser obtidas (GROENEWALD et al., 1996).

Um dos primeiros trabalhos a considerar um modelo que descrevesse uma curva de lactação foi realizado por Brody et al. (1923), que propuseram uma função exponencial com declínio final ( $Y = ae^{-cn}$ ).

Tendo como referência este trabalho, vários autores iniciaram estudos que se estendem até os dias de hoje com o objetivo de apresentar a curva de lactação por meio de uma função um modelo que possibilite o seu entendimento e dos fatores que influenciam a produção, bem como a sua previsão. Entretanto, a busca pelo melhor

modelo é um caminho complicado, pois há uma diversidade enorme de raças leiteiras taurinas e zebuínas, bem como seus cruzamentos, fazendo-se necessário identificar o modelo que melhor ajusta o grupo de animais que se tem interesse em estudar.

No ano seguinte da proposta do primeiro modelo, Brody et al. (1924) concluíram que a função não proporcionava um ajuste adequado ao fenômeno biológico da produção de leite, pois não considerava o pico da lactação, ignorando o crescimento inicial até ele. Deste modo, modificou-se a função original, introduzindo outro parâmetro no novo modelo que já considerava um crescimento inicial até ao pico, seguido de um declínio até o final da lactação. O modelo então proposto pelos autores em 1924 segue:  $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$ .

Segundo Cunha et al. (2010), embora o modelo de Brody et al. (1924) não permita descrever curvas de lactação de animais pertencentes às fazendas especializadas em produção de leite, Thornley & France (2007) consideraram que este modelo pode ajustar adequadamente baixas produções de animais cruzados em condições tropicais.

Nelder (1966) propôs outro modelo, o polinomial inverso, no qual descreveu a curva de lactação como uma família de curvas polinomiais inversas, em que uma em particular tem a forma:  $Y = n/(a + bn + cn^2)$ . O modelo descreve com alguma exatidão as lactações que se iniciam com uma taxa de crescimento baixo e atingem o pico de produção mais cedo do que o normal (KUMAR & BHAT, 1979) e, segundo Batra (1986), este modelo explica a produção de leite com mais precisão que as funções gama, parabólica e exponencial, quando comparados os coeficientes de determinação ( $R^2$ ) na utilização de dados semanais.

Wood (1967) propôs a função gama incompleta ( $Y = an^be^{-cn}$ ) com o intuito de modelar a produção de leite e, desde então, tem sido o modelo mais popular para esta finalidade, devido às suas inúmeras vantagens. Uma destas vantagens é a sua capacidade de prever a produção de leite a partir de uma observação parcial para uma dada lactação (KELLOGG et al., 1977). Segundo Cobby & Le Du (1978), deve-se à Wood a primeira tentativa de se descrever a lactação completa.

Investigando os mais pertinentes modelos construídos até então, Cobby & Le Du (1978) modificaram a segunda função de Brody et al. (1924) e mostraram que o seu modelo ( $Y = a - bn - ae^{-cn}$ ) ajustava-se com maior exatidão ao ciclo de lactação do que o proposto por Wood (1967), por ter um menor erro residual.

Tentando descrever a produção de leite, Madalena et al. (1979) utilizaram uma regressão linear simples ( $Y = a-cn$ ), que exibiu apenas um decréscimo linear, mas que caracterizou a produção de leite de animais mestiços do cruzamento Holandês x Gir. Os autores comentaram que vários trabalhos de regiões tropicais têm descrito curvas de lactação linear ou com pico discreto para raças europeias, nativas e animais mestiços. Após compararem o modelo linear com o gama incompleto para ajustar curvas de lactação daqueles animais, obtiveram resultados próximos, com ligeira vantagem para o segundo.

Bianchini Sobrinho (1984) estudou modelos para descrever a curva de lactação de animais da raça Gir e selecionou alguns modelos, dentre eles o gama incompleto (WOOD, 1967), o polinomial inverso (NELDER, 1966) e o linear hiperbólico ( $Y = a + bt + c 1/t$ ), proposto pelo próprio autor, sendo que este último apresentou ajuste superior aos demais.

Cobuci et al. (2000) estudaram a curva de lactação de vacas Guzará através de diversos modelos, dentre eles um proposto pelos autores ( $Y = a - c n + \ln(n)$ ), indicando o uso deste modelo para animais desta raça.

Cruz et al. (2009) estimaram os parâmetros de curvas de lactação de bovinos da raça Sindi e Guzará através de seis diferentes modelos, sendo eles: a. função polinomial inversa:  $Y = n/(a + bn + cn^2)$ ; b. função linear hiperbólica:  $Y = a + bn + cn^{-1}$ ; c. função gama incompleta:  $Y = an^b e^{-cn}$ ; d. função quadrática logarítmica:  $y = a + bn + cn^2 + d \ln(n)$ ; e. Função linear:  $y = a - cn$  e, f. função quadrática:  $y = a + bn + cn^2$ . Os autores encontraram valores de coeficientes de determinação ajustados ( $R^2_A$ ) superiores a 93,0% para todas as funções, em ambas as raças, e concluíram que a função polinomial inversa e a função gama incompleta proporcionaram melhores ajustes aos parâmetros da curva média e individual e também que estas funções proporcionaram melhores estimativas dos componentes da curva de lactação dos animais estudados.

Os pesquisadores Yadav & Sharma (1984) avaliaram lactações de vacas mestiças Hariana-Jersey, Hariana-Holandesa e Hariana-Pardo-Suíça, utilizando diversas funções. Algumas dessas funções foram capazes de descrever apenas a parte descendente da curva, enquanto as funções polinomial inversa (NELDER, 1966) e gama incompleta (WOOD, 1967) estimaram de forma mais exata a fase ascendente e o pico, sendo, então, segundo eles, as mais precisas para explicar a curva da lactação daqueles animais.

Papajcsik & Boderó (1988) avaliaram 20 modelos de curvas de lactação de vacas Holandesas e concluíram que o modelo gama incompleto ajustou melhor os dados de vacas em ambiente tropical.

Landete-Castillejos & Callego (2000) testaram a aplicação de sete dos mais utilizados modelos matemáticos na modelação de duas funções típicas de produção de leite – produção inicial, pico e declínio até a secagem (tipo I) e produção continuamente decrescente (tipo II). Os autores chegaram à conclusão que a função gama incompleta de Wood (1967), juntamente com a função de Cobby & Le Du (1978) e a de Sikka (1950), foram as que melhor se ajustaram a ambos os tipos de curva. No entanto, observaram que as funções de Jenkins & Ferrell (1984) e o polinômio inverso de Nelder (1966) produziram sempre curvas do tipo I, enquanto a função inicial de Brody et al. (1923) produziu sempre funções do tipo II.

Adediran et al. (2012) avaliaram 14 modelos para ajuste de dados de produção de leite de vacas Holandesas, dentre eles um novo proposto pelos autores: log-quadrático. Os autores concluíram que todos os modelos proporcionaram bons ajustes nas curvas médias, mas mostraram comportamentos diferentes no ajuste das curvas individuais. O modelo de Wood exibiu bem esta diferença, ajustando melhor a curva média dos animais. Além disso, o novo modelo proposto se mostrou adequado tanto no ajuste de curvas individuais quanto médias.

#### **1.4 Abordagens frequentista e Bayesiana**

De acordo com Oliveira et al. (2007), o estudo da curva de lactação se faz por meio de uso de modelos matemáticos. Estes modelos são úteis para se estimar a produção de leite na lactação a partir de resultados parciais e permite fazer projeções de acordo com a extensão do período de lactação, propiciando a tomada de decisão quanto à permanência de animais no rebanho.

A abordagem frequentista (quadrados mínimos) de ajustar modelos não lineares é baseada em processos iterativos, podendo também utilizar meios de transformar estes modelos em lineares, mediante transformação logarítmica, porém, devido a isso se tem verificado estimativas irreais nos ajustes (GALLANT, 1987; LOPES, 1994; SILVA et al., 2005).

O Método dos Quadrados Mínimos é uma técnica matemática que busca encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados tentando minimizar a soma dos

quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados (tais diferenças são denominadas resíduos). Consiste em estimar um parâmetro da população que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos do modelo, de forma a maximizar o grau de ajuste do modelo aos dados observados. Então, a teoria dos mínimos quadrados estabelece que o valor mais provável da quantidade medida é aquele que faz a soma dos quadrados dos erros um mínimo. As estimativas de mínimos quadrados dos parâmetros do modelo de regressão são, então, os valores que tornam mínima a expressão da soma de quadrado dos resíduos.

Quando é utilizado este método no ajuste de modelos com diferentes números de parâmetros, e se faz comparação entre estes modelos, é adequado que o coeficiente de determinação utilizado seja ajustado ao número de parâmetros de cada modelo, para que eles então sejam comparados em condições iguais (MUÑOZ-BERROCAL et al., 2005). De acordo com Bianchini Sobrinho (1984), bons ajustes seriam obtidos para  $R^2_A$  iguais ou superiores a 80%, sendo o melhor modelo, o que apresentar o maior  $R^2_A$ .

Os fundamentos da abordagem frequentista baseiam-se em que o valor do parâmetro que se quer estimar é um valor fixo determinado, a inferência acerca de confiabilidade das estimativas consiste apenas em observar como elas se distribuiriam se a experiência fosse repetida inúmeras vezes (FARIA et al., 2007; BLASCO, 2001). Esta abordagem permite obter estimativas de Intervalos de Confiança (IC), sendo que a inferência sobre o parâmetro, que é fixo, consiste em observar se o parâmetro está ou não dentro deste intervalo.

Em estudos envolvendo curvas de lactação (REKAYA et al., 2000; CHANG et al., 2001; JAMROZIK et al., 2001; GROENEWALD & VILJOEN, 2003), a abordagem Bayesiana foi utilizada com sucesso uma vez que considera todos os parâmetros como variáveis aleatórias, o que reduz, substancialmente, o número de curvas atípicas. Além disso, esse método requer um número menor de dados de produção por animal (GOODALL & SPREVAK, 1985).

A aplicação da abordagem Bayesiana no melhoramento genético animal foi proposta pela primeira vez por Gianola & Fernando (1986). As análises Bayesianas oferecem opções importantes no ajuste de modelos matemáticos estatísticos complexos contendo muitos parâmetros desconhecidos (GONÇALVES et al., 2008).

Segundo Paulino et al. (2003), a principal limitação da teoria frequentista é só poder aplicar-se em situações que possam repetir-se indefinidamente nas mesmas



circunstâncias. Por outro lado, a abordagem Bayesiana vem sendo proposta como uma opção na análise de dados, possibilitando a obtenção de estimativas pontuais e intervalos de credibilidade para as distribuições *a posteriori* dos parâmetros, sem aproximações, representando uma vantagem sobre os métodos frequentistas (FALCÃO et al., 2004).

A abordagem Bayesiana na análise de dados também consiste em processos iterativos e, recentemente, a introdução de métodos de Monte Carlo baseados em cadeias de Markov – MCMC, tem contribuído no sentido de viabilizar a implementação do estudo bayesiano (SORENSEN & GINOLA, 2002; BLASCO, 2001). O método consiste em processos iterativos para aproximar a geração de amostras a partir de distribuições de probabilidades conhecidas e a teoria das Cadeias de Markov para representar a dependência entre os parâmetros (SORENSEN, 1996; GAMERMAN, 1996; FARIA et al., 2007).

Por ser um processo iterativo de amostragem, as amostras sequenciais da cadeia são correlacionadas e algum tempo é necessário para que a cadeia não seja influenciada pelos valores iniciais e atinja a distribuição equilíbrio, da qual as amostras serão usadas para inferência. A velocidade que se dá a convergência depende da complexidade do modelo, da correlação *a posteriori* dos parâmetros e da autocorrelação entre amostras sucessivas (CARDOSO, 2008).

Devido a isso, um número significativo de iterações deve ser descartado antes da retirada das amostras a serem consideradas na inferência. Este período de descarte inicial é chamado de “burn-in” e tem objetivo fazer com que o amostrador atinja uma distribuição estacionária do parâmetro (TASSEL & VLECK, 1995).

Outro ponto importante é que as amostras sucessivas são correlacionadas entre si, de forma que se torna necessário descartar várias iterações entre cada certo número de amostras a serem consideradas e a dependência diminui com o aumento da distância entre iterações, obtendo-se, assim, independência entre as amostras salvas.

O MCMC necessita da constatação de convergência, para que realmente se possa inferir sobre seus resultados como sendo valores das distribuições marginais dos parâmetros do modelo considerado (BORGES, 2008).

Teoricamente, o processo iterativo teria fim apenas quando o número de iterações tendesse ao infinito. Na prática, admite-se convergência quando a série alcança um estado de estacionariedade, significando que as condicionais completas

estão suficientemente próximas das distribuições marginais *a posteriori* (SANTOS, 2011).

De acordo com Antelman (1977) e Santos (2001), a inferência Bayesiana é constituída por três estruturas básicas: a distribuição *a priori*, que indica o estado atual de informação do pesquisador, ou seja, representa o que é conhecido do experimento antes da observação dos dados; a função de verossimilhança, que expressa todo o conhecimento do experimento contido nos dados, ou seja, codifica toda a informação relevante contida nos dados sobre o parâmetro; e a distribuição *a posteriori*, que representa o conhecimento sobre o experimento atualizado pelos dados, especificando o estado da informação sobre o parâmetro de interesse, após a observação dos dados. A informação *a priori* pode ser derivada de considerações teóricas ou de análises prévias obtidas em outros experimentos com o mesmo objetivo (RESENDE, 2000). Segundo Pires (2009), a especificação de distribuições *a priori* não informativas é usada quando se espera que a informação dos dados seja dominante.

O método bayesiano permite a obtenção imediata de intervalos de credibilidade (GELMAN et al., 1997). Isso significa que quando a densidade de probabilidade de um parâmetro é obtida pode-se estimar o menor intervalo no qual a probabilidade de se encontrar o parâmetro é de, por exemplo, 95% (BREDA, 2008). Assim, com esta distribuição de probabilidade, quantifica-se, exatamente, o erro de um parâmetro desconhecido, apresentando maior precisão dos parâmetros estimados (RESENDE, 2000).

Quando o conhecimento prévio sobre o fenômeno estudado é vago, ou praticamente inexistente, a densidade *a priori* é denominada não informativa. A distribuição *a priori* tem importância maior quando a quantidade de dados experimentais (N) atuais é pequena (RESENDE, 2000). Carneiro Júnior et al. (2010) observaram que a utilização de distribuições *a priori* informativas pela abordagem Bayesiana conduziu à predição de valores genéticos mais acurados em populações pequenas e que, em populações grandes, o aumento da acurácia da estimativa foi pouco expressivo com a consideração de *priori* informativa.

De acordo com Hobert & Casella (1996), os valores iniciais não informativos podem ser utilizados em situações em que há um maior número de observações das variáveis dependentes sem comprometer os resultados das análises.

Para comparação de modelos ajustados pela abordagem Bayesiana, um dos critérios para comparação de modelos é o Critério de Informação dos Desvios (DIC). O DIC, introduzido por Spiegelhalter et al. (2002), baseia-se na função de distribuição *a posteriori* da estatística dos desvios. Ainda segundo os mesmos autores, é uma forma de comparação de modelos que segue a pressuposição de Dempster (1997), no qual as comparações são baseadas na distribuição *a posteriori* da *deviance* do modelo.

O DIC é uma generalização do AIC – Critério de Informação Akaike (AKAIKE, 1973) e do BIC - Critério de Informação Bayesiano ou de Schwarz (SCHAWARZ, 1998).

O DIC é facilmente calculado e aplicável a uma grande variedade de modelos estatísticos. Ele ultrapassa o problema da necessidade de identificar o número de parâmetros no modelo, o que é necessário para o cálculo de AIC e BIC. A vantagem do DIC em relação aos outros critérios é que ele é facilmente calculado de amostras geradas por MCMC (CARDOSO, 2009; BERG et al., 2004), enquanto o AIC e o BIC requerem o cálculo da verossimilhança no valor máximo do parâmetro em questão (BERG et al., 2004).

Tem-se que modelos com menor DIC devem ser escolhidos frente aos modelos com maior DIC (CARDOSO, 2009; ROSSI et al., 2009).

Mendoza (1990) recomenda a utilização da análise Bayesiana para avaliação de ensaios de caráter biológico. Wakefield & Smith (1994) citam que para uma grande variedade de modelos lineares e não lineares, a abordagem Bayesiana pode ser implementada e que os procedimentos relacionados ao método Monte Carlo em Cadeias de Markov se mostram flexíveis e poderosos para análises.

## Referências Bibliográficas

- ADEDIRAN, S.A.; RATKOWSKY, D.A.; DONAGHY, D.J.; MALAU-ADULI, O. Comparative evaluation of a new lactation curve model for pasture-based Holstein-Friesian dairy cows. **Journal of Dairy Science**, v. 95, p.5344 – 5356, 2012.
- ANTELMAN, G. **Elementary Bayesian Statistics**. Edward Elgar Publishing Limited & Landsdown Place, 1977, 480p.
- AKAIKE, H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INFORMATION THEORY, 2, 1973, Budapest. **Proceedings...** Budapest: Academia Kiado, 1973, p. 267-281, 1973.
- BATRA, T.R. Comparison of two mathematical models in fitting lactation curves for pureline and crossline dairy cows. **Canadian Journal of Animal Science**, v.66, n.2, p.405-414, 1986.
- BEEVER, D. E.; ROOK, A. J.; FRANCE, J.; DANOA, M. S.; GILL, M. A review of empirical and mechanistic models of lactation performance by the dairy cow. **Livestock Production Science**, v. 29, p.115-130, 1991.
- BERG, A.; MEYER, R.; YU, J. Deviance information criterion for comparing stochastic volatility models. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 22, n.1, p. 107-120, 2004.
- BIANCHINI SOBRINHO, E. Estudo da curva de lactação em vacas da raça Gir. 1984. 88p. Tese (Doutorado). Faculdade de Medicina Veterinária de Ribeirão Preto. Universidade de São Paulo. Ribeirão Preto.
- Estimativa de produção total de leite de vacas da raça Gir, baseada em controles semanais, quinzenais, mensais e bimestrais, obtenção de fatores multiplicativos. 1988. 90p. Tese (Livre Docência). Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias. Universidade Estadual Paulista. Jaboticabal.
- BLASCO, A. The Bayesian controversy in animal breeding. **Journal of Animal Science**, v. 79, p. 2023-2046, 2001.
- BORGES, L.C. Análise Bayesiana do modelo fatorial dinâmico para um vetor de séries temporais usando distribuições elípticas. 2008. 99p. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. São Paulo.
- BRASIL. Departamento Nacional de Produção Agropecuária – Coordenação de Produção Animal. **Normas para formação da raça Girolando**. Brasília, DF: 1992. 31p.
- BREDA, F.C. Modelos de dimensão infinita para estimação de parâmetros genéticos da produção de leite de búfalos da raça Murrah. 2008. 60p. Tese (Doutorado)- Universidade Federal de Viçosa. Viçosa.

- BRODY, S.; RAGSDALE, A.; TURNER, C. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation. **Journal of General Physiology**, v. 5, p. 427-441-444, 1923.
- BRODY, S.; TURNER, C. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. **Journal of General Physiology**, v. 6, p.541-545, 1924.
- CARDOSO, F. F. **Manual de utilização do programa INTERGEN**: versão 1.0 em estudos de genética quantitativa animal. Bagé: Embrapa Pecuária Sul, 2008.
- CARDOSO, L.L. Modelos de normas de reação para estudo da interação genótipo x ambiente. 2009. 65p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.
- CARNEIRO JÚNIOR, J.M.; ASSIS, G.M.L.; EUCLYDES, R.F. MARTINS, W.M.O.; WOLTER, P.F. Predição de valores genéticos utilizando inferência Bayesiana e frequentista em dados simulados. **Acta Scientiarum. Animal Sciences**, v. 32, n. 3, p. 337-344, 2010.
- CHANG, Y.M.; REKAYA, R.; GIANOLA, D.; THOMAS, D.L. Genetic variation of lactation curves in dairy sheep: a Bayesian analysis of Wood's function. **Livestock Production Science**, v.71, p.241-251, 2001.
- COBBY, J.; LEDU, Y. On fitting curves to lactation data. **Animal Production**, v. 26, 434 p. 127-133, 1978.
- COBUCCI, J. A.; EUCLYDES, R. F.; VERNEQUE, R. da S.; TEODORO, R.L.; LOPES, P.S.; ALMEIDA e SILVA, M. Curva de Lactação na Raça Guzerá. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.29, n.5, p. 1332-1339, 2000.
- COBUCCI, J.A.; EUCLYDES, R.F.; TEODORO, R.L.; VERNEQUE R.S.; LOPES, P.S.; SILVA, M.A. Aspectos genéticos e ambientais da curva de lactação de vacas da raça Guzerá. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 30, n 4, p. 1204 –1211, 2001.
- COBUCCI, J.A.; EUCLYDES, R.F.; PEREIRA, C.S.; TORRES, R. A.; COSTA, C.N.; LOPES, P.S. Persistência na lactação – uma revisão. **Archivos Latinoamericanos de Producción Animal**, v.11, n. 3, p.163-173, 2003.
- COBUCCI, J.A.; EUCLYDES, R.F.; COSTA, C.N.; LOPES, P.S.; TORRES, R.A.; PEREIRA, C.S. Análise de persistência na lactação de vacas da raça Holandesa, usando produção no dia do controle e modelo de regressão aleatória. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 33, nº 3, p. 546-554, 2004.
- COSTA, C.N.; MILAGRES, J.C.; CASTRO, A.C.G; GARCIA, J.A. Efeitos da estação e idade ao parto sobre a curva de lactação de vacas da raça holandesa. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.11, n.2, p.320-330, 1982.

- CRUZ, G.R.B.; RIBEIRO, M.N.; PIMENTA FILHO, E.C. Estimativas de parâmetros de curvas de lactação de bovinos. **Archivos de Zootecnia**, v. 58, n.224, p. 695-704, 2009.
- CUNHA FILHO, M. Curvas de lactação e de gordura em vacas da raça Sindi, no estado da Paraíba. 2002. 57p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife.
- CUNHA, D.N.F.V.; PEREIRA, J.C.; ILVA, F.F.; CAMPOS, O.F.; BRGA, J.L. MARTUSCELO, J.A. Selection of models of lactation curves to use in models of milk production simulation systems. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 39, p. 891-202, 2010.
- DEKKERS, J.C.M.; JAMROZIK, J.; TEN HAG, J.H.; SCHAEFFER, L.R.; WEERSINK, A. Genetic and economic evaluation of persistency in dairy cattle. Proceedings of International Workshop on Genetic Improvement of functional Traits in Cattle. **Interbull Bulletin**, v.12, p. 97-102, 1996.
- DEKKERS, J.C.M.; TEM HAG, J.H.; WEERSINK, A. Economic aspects of persistency of lactation in dairy cattle. **Livestock Production Science**, v.53, p.237-252, 1998.
- DEMPSTER, A.P. The direct use of likelihood for significance testing. **Statistics and Computing**, n.7, p. 247-252, 1997.
- EL FARO, L.; ALBUQUERQUE, L.G.; FRIES, L.A. Comparação de Alguns Modelos Matemáticos para Ajuste à Curva de Lactação Média de um Rebanho da Raça Caracu, **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.28, n.5, p.987-992, 1999.
- EL FARO, L.; ALBUQUERQUE, L.G. Comparação de alguns modelos matemáticos para o ajuste às curvas de lactação individuais de vacas da raça Caracu. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v.54, n.3, p.295-302, 2002.
- FALCÃO, A. J. S.; MARTINS, E. N.; COSTA, C. N.; SAKAGUTI, E. S.; MAZUCHELI, J. Aplicação de métodos REML e Bayesiano via amostrador de Gibbs na estimação de componentes de variância para produção de leite no estado do Paraná. In: SIMPÓSIO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MELHORAMENTO ANIMAL, 5., 2004, Pirassununga. **Anais...** Pirassununga: SBMA, 2004.
- FARIA, C.U.; MAGNABOSCO, C.U.; REYES, A.L.; LÔBO, R.B.; BEZERRA, L.A.F. Inferência Bayesiana e sua aplicação na avaliação genética de bovinos da raça Nelore : revisão bibliográfica. **Ciência Animal Brasileira**, v. 8, n.1, p.75-86, 2007.
- FERREIRA, W. J. Parâmetros genéticos para produção de leite no dia do controle de vacas da raça Holandesa. Viçosa, MG: Universidade Federal de Viçosa, 103p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, 1999.
- GALLANT, A.R. **Nonlinear statistical models**. New York: J. Wiley, 1987. 610p.

- GELMAN, A.; CARLIN, J.B.; STERN, H.S.; RUBIN, D.B. **Bayesian data analysis**. London: Chapman Hall, 1997. 526p.
- GAMERMAN, D. **Simulação estocástica via cadeias de Markov**. XII SINAPE -ABE, Caxambu-MG, 196p, 1996.
- GIANOLA, D.; FERNANDO, R.L. Bayesian methods in animal breeding theory. **Journal of Animal Science**, v.63, p.217- 244, 1986.
- GIRON PINEDA, A.M. Mathematical functions applied to dairy cow lactation curves. University of Flórida, Flórida. 1987. 243p. Dissertação (Mestrado) – Universidade da Flórida.
- GLÓRIA, J.R.; BERGMANN, J.A.G.; QUIRINO, C.R.; RUAS, J.R.M.; MATOS, C.R.A.; PEREIRA, J.C.C. Curvas de lactação de quatro grupos genéticos de mestiças Holandês-Zebu. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.39, n.10, p.2160-2165, 2010.
- GONÇALVES, T.M.; MARTINEZ, M.L.; MILAGRES, J.C. Curvas de lactação na raça Gir. I. Escolha do modelo de melhor ajuste. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 25, n. 4, p.616-626, 1996.
- GONÇALVES, T. M.; OLIVEIRA, A I. G.; FREITAS, R. T. F.; PEREIRA, I. G. Curvas de Lactação em Rebanhos da Raça Holandesa no Estado de Minas Gerais. Escolha do Modelo de Melhor Ajuste1. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 31, n.4, p. 1689-1694, 2002.
- GONÇALVES, T.M.; COSTA, A.L.L.; LARANJO, J.S.; RODRIGUEZ, M.A.P.; REBOUÇAS, G.F. Detecção de locos de características quantitativas (QTL) afetando o crescimento e a carcaça de suínos: um enfoque Bayesiano com o uso de diferentes prioris. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.37, n.2, p.261-272, 2008.
- GOODALL, A.E.; SPREVAK, D. A Bayesian estimation of lactation curve of dairy cow. **Animal Production**, v.40, p.189-193, 1985.
- GROENEWALD, P.C.N.; FERREIRA, A.V.; MERWE, H.J. VAN DER; SLIPPERS, S.C. Application of Bayesian inference in the comparison of lactation curves of Merino ewes. **Animal Science**, v.62, p.63-69, 1996.
- GROENEWALD, P.C.N.; VILJOEN, C.S. A Bayesian model for analysis of lactation curves of dairy goats. **Journal of Agricultural, Biological and Environmental Statistics**, v.8, p.75-262 83, 2003.
- GROSSMAN, M.; HARTZ, S.M.; KOOPS, W.P. Persistency of lactation yield: A novel approach. **Journal of Dairy Science**, v. 82, n. 10, p. 2192-2197, 1999.
- HOBERT, J.P.; CASELLA, G. The effect of improper priors on Gibbs sampling in hierarchical linear mixed models. **Journal of the American Statistical Association**, v. 91, p. 1461-1473, 1996.

- JAKOBSEN, J.H.; MADSEN, P.; JENSEN, J.; PEDERSEN, J.; CHRISTENSEN, LG.L; SORESEN, D.A. Genetic parameters for milk production and persistency for Danish Holstein estimated in random regression models using REML. **Journal of Dairy Science**, v.85, n.6, p.1607-1616, 2002.
- JAMROZIK, J.; SCHAEFFER, L. R. Estimates of genetic parameters for a test day model with random regression for yield traits of first lactation Holstein. **Journal of Dairy Science**, v. 80, n. 4, p.762-770, 1997.
- JAMROZIK, J.; GIANOLA, D.; SCHAEFFER, L.R. Bayesian estimation of genetic parameters for test day records in dairy cattle using linear hierarchical models. **Livestock Production Science**, v.71, p.223-240, 2001.
- JENKINS, T.G.; FERREL, C.L. A note lactation curves of crossbred cows. **Animal Production**, v. 39, p. 479-482, 1984.
- JENSEN, J. Genetic evaluation of dairy cattle using test-day models. **Journal of Dairy Science**, v. 84, p. 2803-2812, 2001.
- JOHANSSON, I.; RENDEL, J. **Genética y mejora animal**. Editorial Acribia, 1972, 567p.
- JUNQUEIRA, L.V.; NEIVA, R.S.; VEIGA, R.D.; TEIXEIRA, N.M.; DURÃES, M.C.; LOPES, M.A. Estudo das curvas de lactação de vacas Holandesas de alguns rebanhos do Estado de Minas Gerais, por intermédio de uma função gama incompleta. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 26, n.6, p.1109-1118, 1997.
- KELLOGG, D.W.; URQUHART, N.S.; ORTEGA, A.J. Estimating Holstein lactation curves with a gama curve. **Journal of Dairy Science**, v.6, n.8, p.1308-1315, 1977.
- KUMAR, R.; BHAT, P. N. Lactation curves in Indian buffaloes. **Indian Journal of Dairy Science**, v. 32, p. 156, 1979.
- LANDETE-CASTILLEJOS, T.; CALLEGO, L. Technical note: The ability of mathematical models to describe the shape of lactation curves. **Journal of Animal Science**, v. 78, p.3010- 3013, 2000.
- LOPES, M.A. Estudo da curva de lactação de um rebanho Holandês variedade preto e branco mantido em um sistema intensivo de produção. 1994. 87p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Lavras, Lavras.
- LUDWICK, T.M.; PETERSEN, W.E. A measure of persistency of lactation of dairy cattle. **Journal of Dairy Science**, v. 26, p. 439-445, 1943.
- MACHADO, S.G. Parâmetros genéticos e de ambiente da produção de leite no dia do controle da primeira lactação de vacas da raça Holandesa. Jaboticabal: Universidade Estadual Paulista, 1997. 76p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Jaboticabal.



- MADALENA, F. E.; MARTINEZ, M. L.; FREITAS, A. F. Lactation curves of Holstein-Friesian and Holstein- Friesian x Gir cows. **Animal Production**, v. 29, p. 101-107, 1979.
- MATTOS, W.R.S. Limites da eficiencia alimentar em bovinos leiteiros. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA, 41., 2004, Campo Grande. **Anais...** Campo Grande: Sociedade Brasileira de Zootecnia, 2004. p.239-247.
- McMANUS, C.; SOARES, G.F.; MARIANTE, A.S. Fatores que influenciam os parâmetros 290 das curvas de lactação em cabras no distrito federal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.32, n.6, p.1614-1623, 2003.
- MENDOZA, M. A Bayesian analysis of the slope ratio bioassay. **Biometrics**, v.46, p.1059-1069, 1990.
- MILLER, R.H.; MCDANIEL, B.T.; CORLEY, E.L. Variation in ratio factors for age-adjusting part-lactation records. **Journal of Dairy Science**, v. 50, n.11, p. 1819-1823, 1967.
- MORAND-FEHR, P. Recent developments in goat nutrition and application: A review. **Small Ruminant Research**, v. 60, p. 25-43, 2005.
- MUÑOZ-BERROCAL, M; TONHATI, H; CERÓN-MUÑOZ, R.L.; DUARTE, J.M.C.; CHABARIBERI, R.L. Uso de modelos lineares e não lineares para o estudo da curva de lactação em Búfalos Murrah e seus mestiços em sistema de criação semi extensivo, no Estado de São Paulo. **Archivo Latinoamericano de Producción Animal**, v. 13, n.1, p. 19-23, 2005.
- NELDER, J. A. Inverse Polynomials a useful group of multifactor response functions. **Biometrics**, v. 22, p. 128-141, 1966.
- NOVAES, L. P; PIRES, M. F; CAMPOS, A, T. **Procedimentos para o manejo correto da vaca gestante, no pré-parto, ao parto e pós-parto**. 2003. Disponível em: [http://www.agencia.cnptia.embrapa.br/recursos/Manejo\\_de\\_VacasID-fS00ee88ar.pdf](http://www.agencia.cnptia.embrapa.br/recursos/Manejo_de_VacasID-fS00ee88ar.pdf). Acesso em: 12 de abril de 2012.
- OLIVEIRA, H.T.V.; REIS, R.B.; GLÓRIA, J.R.; QUIRINO, C.R.; PEREIRA, J.C.C. Curvas de lactação de vacas F1 Holandês-Gir ajustadas pela função gama incompleta. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v. 59, n. 1, p.233-238, 2007.
- PAPAJCSIK, I.A.; BODERO, J. Modeling lactation curves of Friesian cow in a subtropical climate. **Animal Production**, v. 47, p. 201-207, 1988.
- PAULINO, C.D.; TURKMAN, M. A. A.; MURTEIRA, B. **Estatística Bayesiana**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbekian, 429p. 2003.

- PIRES, R.M. Inferência Bayesiana objetiva e frequentista para a probabilidade de sucesso. 2009. 142p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos.
- QUEIROZ, S.A.; FREITAS, M.A.R.; ALBUQUERQUE, L.G.; LÔBO, R.B. Fatores genéticos e de meio que influenciam os componentes da curva de lactação de bovinos da raça Holandesa. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v. 43, n.4, p. 357-370, 1991.
- REBOUÇAS, G. F.; GONÇALVES, T. M.; MARTINEZ, M. L.; AZEVEDO JUNIOR, J.; KOOPS, W. Novas funções para estimar a produção de leite, em 305 dias de lactação, de vacas da raça. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.37, n.7, p. 1222-1229, 2008.
- REENTS, R.; REINHARDT, F.; ABRAMOWSKY, M. Calculation of persistency proofs from the German multi-lactation model for production traits. Proceedings of International Workshop on Genetic Improvement of functional Traits in Cattle. **Interbull Bulletin**, v.12, p.103-107, 1996.
- REKAYA, R.; CARABÁÑO, M.J.; TORO, M.A. Bayesian analysis of lactation curves of Holstein-Friesian cattle using a nonlinear model. **Journal of Dairy Science**, v.83, p.2691-2701, 2000.
- RESENDE, M.D.V. **Inferência Bayesiana e simulação estocástica (amostragem de Gibbs) na estimação de componentes de variância e de valores genéticos em plantas perenes**. Colombo: EMBRAPA Florestas, 2000. 68p. (Documentos, 46).
- RODRIGUES, L.; SPINA, J.R.; TEIXEIRA, I.A.M.A.; DIAS, A.C.; SANCHES, A.; RESENDE, K.T. Produção, composição do leite e exigências nutricionais de cabras Saanen em diferentes ordens de lactação. **Acta Scientiarum Animal Sciences**, v.28, n.4, p.447-452, 2006.
- ROSSI, R. M. Aspectos genéticos de curvas de probabilidade de postura em codornas. 2008. 118f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Maringá. Maringá.
- ROSSI, M.R.; MARTINS, E.N.; GUEDES, T.A.; ACORSI, C.R.; GAZOLA, S. Curvas de probabilidade de postura de codornas. **Acta Scientiarum. Animal Sciences**, v. 31, n. 3, p. 319-325, 2009.
- SANDERS, H.G. The shape of lactation curve. **Journal of Agricultural Science**, v.13, p. 169-179, 1923.
- SANTOS, J.N.M. Abordagem Bayesiana do equilíbrio de Hardy-Weinberg. 2001. 52p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- SANTOS, M.V.; FONSECA, L.F.L. **Estratégias para Controle de Mastite e Melhoria da Qualidade do Leite**. 1.ed. Barueri: Editora Manole, 2006. 314p.

- SANTOS, N. P. S. da. Aspectos ambientais e genéticos sobre características reprodutiva e produtiva em caprinos leiteiros utilizando inferência Bayesiana. 2011. 78p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Piauí. Teresina.
- SCHAEFFER, L. R. Application of random regression models in animal breeding. **Livestock Production Science**, v. 86, p.35 – 45, 2004.
- SCHAWARZ, G. Estimating the dimension of the model. **Animal Statistics**, n.6, p.127-132, 1998.
- SCHUTZ, M.M.; HANSEN, L.B.; STEUERNAGEL, G.R. Variation of milk, fat, protein and somatic cells for dairy cattle. **Journal of Dairy Science**, v.73, n.2, p.484-493, 1990.
- SHERCHAND, L.; McNEW, R.W.; KELLOGG, D.W.; JOHNSON, Z.B. Selection of a mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. **Journal of Dairy Science**, v.78, n.11, p.2507-2513, 1995.
- SIKKA, L. C. A study of lactation as affected by heredity and environment. **Journal of Dairy Research**, v. 17, p.231-252, 1950.
- SILVA, F.F.; MUNIZ, J.A.; AQUINO, L.H.; SÁFADI, T. Análise Bayesiana da curva de lactação de cabras Saanen. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 40, n. 1, p. 27-33, 2005.
- SILVA, M.V.G.; PAIVA, L.C.; CEMBRANELLI, M.A.R.; MARTINS, M.F.; RODRIGUES, W.B.R. **Programa de Melhoramento Genético da Raça Girolando – Teste de Progênie: Sumário de Touros 2011**. – Juiz de Fora: Embrapa Gado de Leite, 2011. 46p. (Documentos, 148).
- SIQUEIRA, K.B.; CARNEIRO, A.V.; MERÊS, E.S.; PINHO, M.C. **Conjuntura do mercado lácteo**. – Juiz de Fora: Embrapa Gado de Leite, 2012. 14p. (Documentos, 44).
- SÖLKNER, J.; FUCHS, W. A comparison of different measures of persistency with special respect to variation of Test-day milk yields. **Livestock Production Science**, v. 16, p.305-319, 1987.
- SORENSEN, D. **Gibbs Sampling in quantitative genetic**. Copenhagen: Foulun, 186p. 1996.
- SORENSEN, D.; GIANOLA, D. **Likelihood, Bayesian and MCMC methods in quantitative genetics**. New York: Springer-Verlag New York, Inc. 740p. 2002.
- SPIEGELHALTER, D.J.; BEST, N.G.; CARLIN, B.P. VAN DERLINDE, A. Bayesian measures of model complexity and fit. **Journal of Royal Statistical Society Series B – Statistical Methodology**, v. 64, p. 583-616, 2002.

- STANTON, T.L.; JONES, L.R.; EVERETT, R.W.; KACHMAN, S.D. Estimating milk, fat and protein lactation curves with a test day model. **Journal of Dairy Science**, v.75, n.6, p.1691-1700, 1992.
- STEFANON, B.; COLITTI, M.; GIANFRANCO, G.; KNIGHT, C.H.; WILDE, C.J. Mammary apoptosis and lactation persistency in dairy animals. **Journal of Dairy Research**, v.69, p.37-52, 2002.
- TASSEL, C.P.; VLECK, L.D. **A manual for use of MTGSAM: a set of fortran programs to apply component estimation**. Lincoln: U.S. Department of Agriculture, Agricultural Service, 1995. 85p.
- TEKERLI, M.; AKINCI, Z.; DOGAN, I.; AND AKCAN, A. Factors affecting the shape of lactation curves of Holstein cows from the Balikesir province of Turkey. **Journal of Dairy Science**, v. 83, n.6, p.1381-1386, 2000.
- THORNLEY, J.H.M.; FRANCE, J. **Mathematical models in agriculture: a quantitative methods for the plant, animal and ecological sciences**. 2.ed. 2007. 906p.
- VAL-ARREOLA, D.; KEBREAB, E.; DIJKSTRA, J.; FRANCE, J. Study of the lactation curve in dairy cattle on farms in Central Mexico. **Journal of Dairy Science**, v. 80, p. 3789-3799, 2004.
- VANRADEN, P.M.; DEMATAWEWA, C.M.B.; PEARSON, R.E.; TOOKER, M.E. Productive life including all lactations and longer lactations with diminishing credits. **Journal of Dairy Science**, v.89, p. 3213-3220, 2006.
- WAKEFIELD, J. C.; SMITH, A. F. M. Bayesian Analysis of Linear and Non-linear Population Models by using the Gibbs Sampler. **Journal of Applied Statistics**, v. 43, n.1, p. 201-221, 1994.
- WOOD, P.D.P. Algebraic model of the lactation curve in cattle. **Nature**. v. 216, p. 164-165, 1967.
- YADAV, S.; SHARMA, J. Functions for lactation curves in crossbred dairy cattle. **Indian Journal of Animal Science**, v.55, p.42-47, 1984.

## **Capítulo I. Curvas de lactação de vacas Girolando, de diferentes grupos genéticos, por meio de diferentes modelos ajustados por abordagens frequentista e Bayesiana**

**Resumo:** Objetivou-se avaliar seis diferentes modelos matemáticos que descrevem a curva de lactação, ajustados por abordagem frequentista e Bayesiana. Os dados de produção de leite até 305 dias de lactação eram de animais de primeira (OP1) e segunda ordem (OP2) de parto e com diferentes composições genéticas: 1/4 Holandês-3/4 Gir; 1/2 Holandês-1/2 Gir; 5/8 Holandês-3/8 Gir; 3/4 Holandês-1/4 Gir e 7/8 Holandês-1/8 Gir, pertencentes ao Arquivo Zootécnico do Centro Nacional de Pesquisa em Gado de Leite da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA/CNPGL). Em ambas as análises, a escolha do melhor modelo foi feita pelo critério de maior coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_A$ ) aos parâmetros do modelo e ainda, para a análise Bayesiana, utilizou-se também o menor critério de informação dos desvios (DIC). Para ambas as análises o modelo de Wood foi o que apresentou os maiores valores de  $R^2_A$ , e este modelo foi o que apresentou menores valores de DIC na análise Bayesiana. Observou-se que, para animais OP1, nenhum dos modelos ajustou a curva de lactação, quando analisados por abordagem frequentista. Dois dos modelos propostos ajustaram os dados de animais 1/2H-1/2G de OP1, quando analisados pela abordagem Bayesiana. Na análise da OP2, a abordagem frequentista ajustou os dados do grupo genético 1/2H-1/2G por quatro dos modelos propostos e do grupo 3/4H-1/4G por apenas um modelo. A análise Bayesiana desta mesma ordem de parto permitiu que todos os modelos ajustassem os dados dos grupos genéticos 1/2H-1/2G, 3/4H-1/4G e 5/8H-3/8G. A abordagem Bayesiana permite ajustar dados de grupos genéticos que não tiveram seus dados ajustados pela abordagem frequentista. A abordagem Bayesiana permite estimar os parâmetros da curva de lactação com mais exatidão que a abordagem frequentista.

Palavras-chave: abordagens estatísticas, cruzamentos, modelos matemáticos, vacas leiteiras

## **Chapter I. Lactation curves of different genetic groups of Girolando cows using different mathematical models adjusted for frequentist and bayesian methodologies**

**Abstract:** The objective was to evaluate six different mathematical models that describe the lactation curve by using frequentist and Bayesian methodologies. Data for 305 days in milk were recorded for animals in first (OP1) and second parity (OP2). Data came from the Animal Science Archive of the National Research Center for Dairy Cattle from the Brazilian Agricultural Research (EMBRAPA/CNPGL), and were from different genetic groups: 1/4 Holstein-3/4 Gir, 1/2 Holstein-1/2 Gir, 5/8 Holstein-3/8 Gir, 3/4 Holstein-1/4 Gir and 7/8 Holstein-1/8 Gir. For both methodologies, the best model was selected according to the highest adjusted coefficient of determination ( $R^2_A$ ). For the Bayesian analysis, the lowest deviance information criterion (DIC) was used as an additional test of model. Wood's model presented the highest values of  $R^2_A$  for both methodologies, and this model showed the lowest values of DIC in the Bayesian analysis. It was observed that when data from animals in OP1 were analyzed by frequentist methodology, none of the models was able to adjust the lactation curve properly. Two of the models proposed adjusted the data from animals 1/2H-1/2G in OP1 when analyzed by Bayesian methodology. In the analysis of OP2, the frequentist methodology was able to adjust data from the genetic group 1/2H-1/2G through four of the proposed models. For the genetic group 3/4H-1/4G, only one model was fitted accordingly. All proposed models were properly fitted when Bayesian methodology was applied for data on genetic groups 1/2H-1/2G, 3/4H-1/4G, and 5/8H-3/8G, all in OP2. The Bayesian methodology allows better fitting of lactation data for genetic groups even when the frequentist methodology is not able to fit the data. In addition, the Bayesian methodology allows a more accurate estimation of parameters for lactation curves than the frequentist methodology.

Key-words: statistical methodologies, crossbreeding, mathematical models, dairy cows

## **Introdução**

No Brasil, a maioria dos sistemas de produção envolve o cruzamento entre raças taurinas, como a Holandesa, e raças zebuínas, como a Gir. O objetivo deste cruzamento é usar a expressão da heterose e da complementaridade das raças, objetivando a obtenção de animais mais adaptados e produtivos para as condições nacionais.

O desempenho produtivo dos animais ou grupos genéticos pode ser verificado por meio da curva de lactação, sendo esta influenciada por fatores como raça, alimentação e ordem de parto. A comparação da forma da curva entre grupos distintos de animais permite que sejam obtidas informações sobre a eficiência desses grupos, propiciando um melhor controle de produção e manejo nutricional de cada grupo de acordo com sua produção (GROENEWALD & VILJOEN, 2003).

Na literatura encontram-se inúmeros modelos usados no ajuste de curvas de lactação. Tem-se que Brody et al. (1923) foram os primeiros a propor um modelo para descrever a curva de lactação e, depois desta data, diversos modelos foram propostos buscando o que melhor ajustasse dados de produção de leite de diversos animais.

A curva de lactação é normalmente descrita por modelos não lineares. O método mais comum de ajustar os dados de produção de leite em função do tempo é pelos quadrados mínimos, através da abordagem frequentista. O método baseia-se em processo iterativos e/ou medidas que visam linearizar o modelo, o que pode levar a estimativas irreais dos parâmetros da curva em questão (GALLANT, 1987; LOPES, 1994). Neste método considera-se que o valor do parâmetro que se quer estimar é um valor fixo determinado, sendo que a inferência consiste apenas em observar como se distribuiriam as estimativas do parâmetro se o experimento fosse repetido várias vezes (BLASCO, 2001).

A abordagem Bayesiana vem sendo cada vez mais utilizada em diversos estudos, objetivando-se obter estimativas mais precisas, sem recorrer a transformações. A abordagem consiste de processos iterativos, baseados no método de Monte Carlo em Cadeias de Markov (MCMC), para geração de amostras (SORENSEN & GIANOLA, 2002). Estudos recentes mostraram que a abordagem Bayesiana tem sido usada com sucesso no estudo de curvas de lactação (GROENEWALD & VILJOEN, 2003; SILVA et al., 2005). De acordo com os autores, o uso dos métodos bayesianos reduz o número de curvas atípicas mesmo quando são utilizadas poucas observações.

O critério de escolha do melhor modelo quando analisado por abordagem frequentista é o Coeficiente de Determinação Ajustado ( $R^2_A$ ) aos parâmetros do modelo. Bons ajustes são obtidos quando o  $R^2_A$  é maior que 80% (BIANCHINI SOBRINHO, 1984). Quando é feita comparação de modelos ajustados por meio da abordagem Bayesiana, um dos critérios para esta comparação é o Critério de Informação dos Desvios (DIC), que se baseia na função de distribuição *a posteriori* da estatística dos desvios e é facilmente calculado de amostras geradas por MCMC. Assim, modelos que apresentem menor DIC devem ser escolhidos frente aos modelos com maior DIC.

Objetivou-se verificar o ajuste de diferentes modelos matemáticos no estudo de curvas de lactação de vacas Girolando, de diferentes grupos genéticos, por meio das abordagens frequentista e Bayesiana.

## **Material e Métodos**

Foram utilizadas 41.050 observações de produções de leite de 1.693 vacas de primeira ordem de parto (OP1) e de 2.951 vacas de segunda ordem de parto (OP2), de diferentes composições genéticas oriundas do cruzamento entre as raças Holandesa (H) e Gir (G), com período de parto de 1991 a 2010, pertencentes ao Arquivo Zootécnico do Centro Nacional de Pesquisa em Gado de Leite da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA), provenientes da Associação dos Criadores de Girolando. O número de animais e de observações pode ser visualizado na Tabela 1.

Os dados foram provenientes de diferentes estados do Brasil, sendo 79,77% de rebanhos de Minas Gerais, Goiás e São Paulo. Os grupos genéticos utilizados foram: 1/4H - 3/4G; 1/2H - 1/2G; 3/4H - 1/4G; 5/8H - 3/8G e 7/8H - 1/8G.

Foram eliminados os animais que não apresentassem data de nascimento, data de parto e data de encerramento da lactação. Consideraram-se as informações de lactações completas (até 305 dias - sendo este o período de lactação ideal dentro de um ano, considerando período seco de 60 dias) e que tivessem de 8 a 10 controles por lactação. A escolha do número de controles foi feita com base em anotações mensais, deste modo, totalizando 10 controles em uma lactação de 305 dias. Para animais zebuínos e cruzados, tem-se verificado menor duração de lactação, e por isso o mínimo de oito controles, tentando desta forma, obter o máximo de informações durante as lactações dos diferentes grupos genéticos e, assim, estimando a curva de maneira mais eficaz.



Tabela 1. Número de observações (N) e de vacas com diferentes composições genéticas de primeira e segunda ordem de parto

Grupo Genético	N <sup>1</sup>	Vacas <sup>1</sup>	N <sup>2</sup>	Vacas <sup>2</sup>
1/4H-3/4G	827	95	1215	136
1/2H-1/2G	5069	586	7899	891
5/8H-3/8G	3286	380	4593	525
3/4H-1/4G	4587	529	9166	1033
7/8H-1/8G	902	103	3506	366

1 e 2 são dados de animais de primeira e segunda ordem de parto, respectivamente.

Os modelos matemáticos testados para descrever a curva de lactação dos animais seguiram os propostos por:

- a. Brody et al. (1923):  $Y = ae^{-cn}$ .
- b. Brody et al. (1924):  $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$ .
- c. Nelder (1966), com o modelo polinomial inverso:  $Y = n/(a + bn + cn^2)$ .
- d. Wood (1967), com o modelo gama incompleto:  $Y = an^b e^{-cn}$ .
- e. Cobby & Le Du (1978):  $Y = a - bn - ae^{-cn}$ .
- f. Jenkins & Ferrell (1984) propondo-se modificação com a adição de um parâmetro de ajustamento para o início da lactação:  $Y = a + bne^{-cn}$ .

Nos modelos supracitados tem-se que:  $Y$  é a produção de leite (kg) ao tempo  $n$ ,  $a$  é o parâmetro associado com o início da lactação (kg);  $b$  representa a fase ascendente da curva,  $c$  representa a fase descendente da curva,  $e$  é exponencial, com exceção da função de Nelder, que o parâmetro  $a$  representa a taxa de crescimento da curva até o pico de produção,  $b$  é a inclinação média da curva de lactação e  $c$  é a inclinação na fase de declínio.

As análises foram realizadas por meio das abordagens frequentista e Bayesiana, através do sistema computacional R (2012).

Na análise Bayesiana considerou-se *prioris* não informativas para os parâmetros. A distribuição marginal *a posteriori* para os parâmetros foi obtida utilizando-se o pacote BRugs. Para todos os parâmetros foram geradas cadeias de 100.000 iterações, considerando um período de descarte inicial de 10.000 valores, sendo as amostras retiradas a cada 10 iterações. A convergência das cadeias foi verificada utilizando-se o critério de Heidelberger & Welch (1983), disponível no pacote CODA.

No caso da análise frequentista, a escolha do melhor modelo foi feita pelo critério do maior coeficiente de determinação ajustado, cuja fórmula segue:

$$R^2_A = \frac{(N-1)R^2 - p}{N-p-1}, \text{ em que:}$$

$R^2_A$  = Coeficiente de determinação ajustado;

p = Número de parâmetros do modelo de regressão;

N = Número de observações;

$R^2$  = Coeficiente de determinação.

Para a análise Bayesiana, a escolha do modelo que proporcionou melhor ajuste foi feita pelo menor valor de Critério de Informação dos Desvios (DIC), gerado pela análise do modelo, e pelo maior coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_A$ ) ao número de parâmetros do modelo.

## **Resultados e Discussão**

Os parâmetros estimados pelos diferentes modelos, pela abordagem frequentista, juntamente com os coeficientes de determinação ajustados para os diferentes grupos genéticos e ordens de parto podem ser visualizados nas Tabelas 2 e 3. Foi possível observar que para todas as composições genéticas e ambas as ordens de parto, o modelo de Wood (1967), dentre os modelos propostos, foi o que apresentou os maiores valores de  $R^2_A$ , porém, para os grupos 1/4H-3/4G e 7/8H-1/8G estes valores foram muito baixos, indicando que nem este modelo ajustou adequadamente os dados de produção destes animais.

Os dados de produção do grupo genético 1/2H-1/2G de segunda ordem de parto foram adequadamente ajustados, na abordagem frequentista, pelos modelos de Brody et al. (1924), Nelder (1966), Cobby & Le Du (1978) e Wood (1967), com vantagem para o último. Os valores de coeficiente de determinação ajustado por esta função, para este grupo genético se mostraram inferiores aos encontrados por Glória et al. (2010), que trabalhando com vacas de mesma composição genética, encontraram valores próximos de 90%. No entanto, foram superiores aos encontrados por Oliveira et al. (2007), que observaram que os valores do coeficiente de determinação ajustado pelo modelo de Wood (1967) variaram de 13 a 43%, no estudo de curvas de produção segundo a época de parição e ordem de parto de animais F1 Holandês-Gir, e concluíram que este modelo não se adequou a este grupo genético.

Os valores encontrados se assemelham ao observado por Cunha et al. (2010), que ajustando curvas de lactação de animais F1 Holandês-Zebu pelo modelo gama incompleto encontrou valor de  $R^2_A = 81,8\%$ , e observaram que o modelo pode ser indicado nos estudos de produção de leite. Gonçalves et al. (2002) obtiveram valores de 99,99% para o modelo de Wood (1967) no ajuste de curvas de lactação de vacas Holandesas, indicando que o modelo ajusta os dados de produção de leite daqueles animais.

Lactações de vacas mestiças F1 Hariana-Jersey, F1 Hariana-Holandesa e F1 Hariana-Pardo-Suíça foram avaliadas através de diversas funções por Yadav & Sharma (1984). Os autores concluíram que algumas das funções foram capazes de descrever apenas a parte descendente da curva, enquanto que as funções polinomial inversa e gama incompleta estimaram as fases ascendente, o pico e a descendente, sendo melhores para explicar a curva da lactação daqueles animais.

As curvas de lactação dos grupos genéticos do presente estudo estimadas pelo modelo de Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista podem ser observadas nas Figuras 1 a 5, para primeira e nas Figuras de 6 a 10 para segunda ordem de parto, respectivamente.

Tabela 2. Estimativa dos parâmetros para os diferentes modelos ajustados, por abordagem frequentista, aos dados de produção de leite de vacas Girolando de diferentes composições genéticas, de primeira ordem de parto

Modelos*	Parâmetros dos modelos			R <sup>2</sup> <sub>A</sub> (%)
	a	b	c	
1/4 Holandês - 3/4 Gir				
a) $Y = ae^{-cn}$	13,36	-	0,001912	13,35
b) $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$	15,87	0,00205	0,217373	13,97
c) $Y = n/(a+bn+cn^2)$	0,069	0,06869	0,000206	13,87
d) $Y = an^b e^{-cn}$	9,90	0,10094	0,003009	14,90
e) $Y = a-bn-ae^{-cn}$	13,20	0,01572	0,244050	13,82
f) $Y = a+bne^{-cn}$	8,51	0,27571	0,022725	12,32
1/2 Holandês - 1/2 Gir				
a) $Y = ae^{-cn}$	17,90	-	0,001764	65,70
b) $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$	19,97	0,00205	0,641596	64,47
c) $Y = n/(a+bn+cn^2)$	0,014	0,00543	0,000125	63,43
d) $Y = an^b e^{-cn}$	13,71	0,09623	0,002714	70,63
e) $Y = a-bn-ae^{-cn}$	21,39	0,03662	0,252070	64,79
f) $Y = a+bne^{-cn}$	11,06	0,32840	0,019430	59,85
5/8 Holandês - 3/8 Gir				
a) $Y = ae^{-cn}$	16,64	-	0,001998	55,09
b) $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$	20,92	0,00254	0,193563	55,64
c) $Y = n/(a+bn+cn^2)$	0,172	0,04062	0,000192	60,99
d) $Y = an^b e^{-cn}$	12,61	0,13482	0,003395	64,28
e) $Y = a-bn-ae^{-cn}$	20,03	0,03642	0,22862	60,48
f) $Y = a+bne^{-cn}$	9,93	0,32104	0,020189	43,48
3/4 Holandês - 1/4 Gir				
a) $Y = ae^{-cn}$	18,09	-	0,001596	53,66
b) $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$	21,70	0,00208	0,215001	42,60
c) $Y = n/(a+bn+cn^2)$	0,005	0,05467	0,000106	51,06
d) $Y = an^b e^{-cn}$	13,04	0,10440	0,002707	59,97
e) $Y = a-bn-ae^{-cn}$	21,73	0,03612	0,258400	42,97
f) $Y = a+bne^{-cn}$	11,17	0,30790	0,017660	54,10
7/8 Holandês - 1/8 Gir				
a) $Y = ae^{-cn}$	18,39	-	0,001569	25,58
b) $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$	25,19	0,00208	0,152828	26,32
c) $Y = n/(a+bn+cn^2)$	0,001	0,00532	0,000105	24,69
d) $Y = an^b e^{-cn}$	14,02	0,08999	0,002241	36,83
e) $Y = a-bn-ae^{-cn}$	24,45	0,03861	0,168690	28,16
f) $Y = a+bne^{-cn}$	12,11	0,33075	0,020481	26,00

\* Modelos propostos por: a) Brody et al. (1923); b) Brody et al. (1924); c) Nelder (1966); d) Wood (1967); e) Cobby & Le Du (1978) e f) Jenkins & Ferrel (1984), respectivamente. Y é a produção de leite (kg) ao tempo n, a é o parâmetro associado com o início da lactação; b representa a taxa de acréscimo e c representa a taxa de declínio. R<sup>2</sup><sub>A</sub> = coeficiente de determinação ajustado ao número de parâmetros da função.

Tabela 3. Estimativa dos parâmetros para os diferentes modelos ajustados, por abordagem frequentista, aos dados de produção de leite de vacas Girolando de diferentes composições genéticas, de segunda ordem de parto

Modelos*	Parâmetros dos Modelos			R <sup>2</sup> <sub>A</sub> (%)
	a	b	c	
1/4 Holandês - 3/4 Gir				
a) $Y = ae^{-cn}$	15,27	-	0,00192	35,48
b) $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$	15,64	0,00205	0,52742	38,43
c) $Y = n/(a+bn+cn^2)$	0,076	0,05901	0,000187	38,39
d) $Y = an^b e^{-cn}$	11,38	0,09521	0,002962	38,62
e) $Y = a-bn-ae^{-cn}$	15,24	0,02377	0,56698	38,42
f) $Y = a+bne^{-cn}$	9,197	0,34014	0,02166	34,91
1/2 Holandês - 1/2 Gir				
a) $Y = ae^{-cn}$	21,09	-	0,00209	77,14
b) $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$	21,59	0,00220	0,507783	81,30
c) $Y = n/(a+bn+cn^2)$	0,066	0,04197	0,000152	81,31
d) $Y = an^b e^{-cn}$	15,18	0,10455	0,003156	82,85
e) $Y = a-bn-ae^{-cn}$	20,87	0,03358	0,57751	81,96
f) $Y = a+bne^{-cn}$	11,59	0,49263	0,02022	74,33
5/8 Holandês - 3/8 Gir				
a) $Y = ae^{-cn}$	19,70	-	0,00226	71,72
b) $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$	20,51	0,00246	0,32768	77,86
c) $Y = n/(a+bn+cn^2)$	0,113	0,04251	0,000188	77,84
d) $Y = an^b e^{-cn}$	14,91	0,14180	0,003717	79,78
e) $Y = a-bn-ae^{-cn}$	19,63	0,03403	0,38674	78,70
f) $Y = a+bne^{-cn}$	9,96	0,48899	0,01945	73,42
3/4 Holandês - 1/4 Gir				
a) $Y = ae^{-cn}$	21,57	-	0,002051	77,55
b) $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$	21,70	0,00208	1,271933	78,15
c) $Y = n/(a+bn+cn^2)$	0,046	0,04236	0,0001392	77,99
d) $Y = an^b e^{-cn}$	15,79	0,09852	0,003042	82,49
e) $Y = a-bn-ae^{-cn}$	21,13	0,03291	1,46284	79,71
f) $Y = a+bne^{-cn}$	11,78	0,48025	0,01936	73,69
7/8 Holandês - 1/8 Gir				
a) $Y = ae^{-cn}$	23,93	-	0,001911	54,15
b) $Y = ae^{-bn} - ae^{-cn}$	23,96	0,00192	2,413402	54,17
c) $Y = n/(a+bn+cn^2)$	0,046	0,03827	0,000115	54,25
d) $Y = an^b e^{-cn}$	16,43	0,11861	0,003115	59,76
e) $Y = a-bn-ae^{-cn}$	23,57	0,03542	2,94413	56,32
f) $Y = a+bne^{-cn}$	13,34	0,48206	0,01809	52,82

\* Modelos propostos por: a) Brody et al. (1923); b) Brody et al. (1924); c) Nelder (1966); d) Wood (1967); e) Cobby & Le Du (1978) e f) Jenkins & Ferrel (1984), respectivamente. Y é a produção de leite (kg) ao tempo n, a é o parâmetro associado com o início da lactação; b representa a taxa de acréscimo e c representa a taxa de declínio. R<sup>2</sup><sub>A</sub> = coeficiente de determinação ajustado ao número de parâmetros da função.

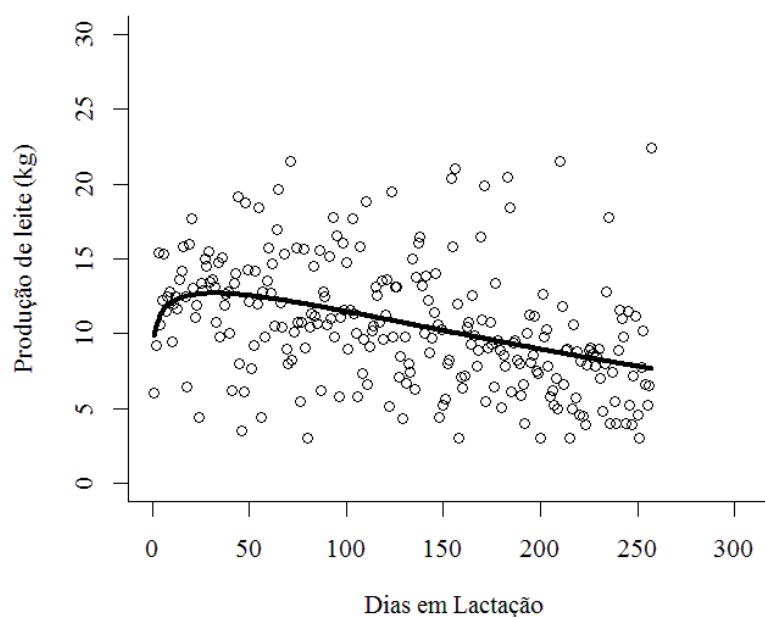


Figura 1. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/4H-3/4G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista.

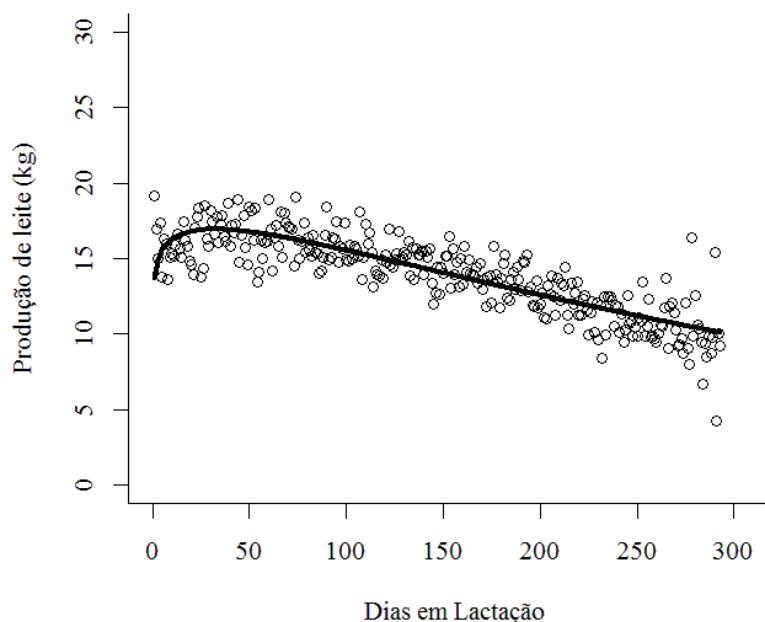


Figura 2. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/2H-1/2G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista.

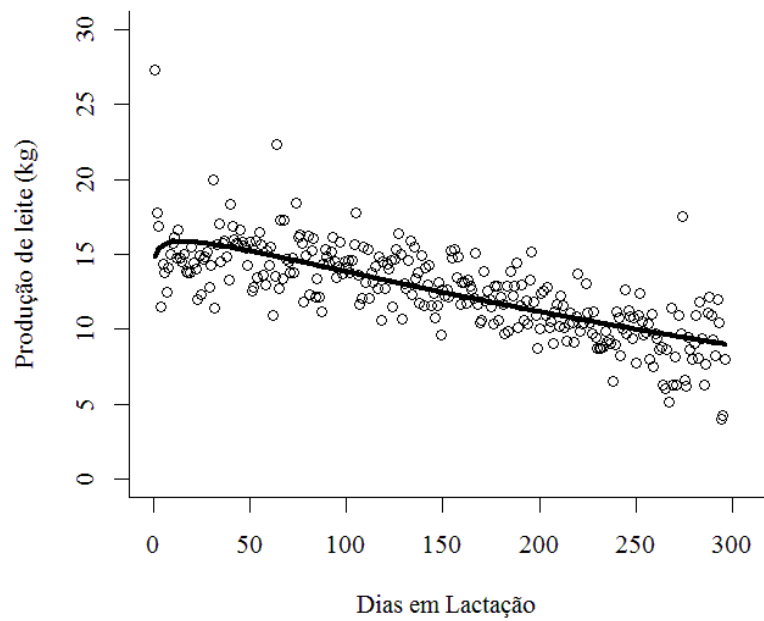


Figura 3. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 5/8H-3/8G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista.

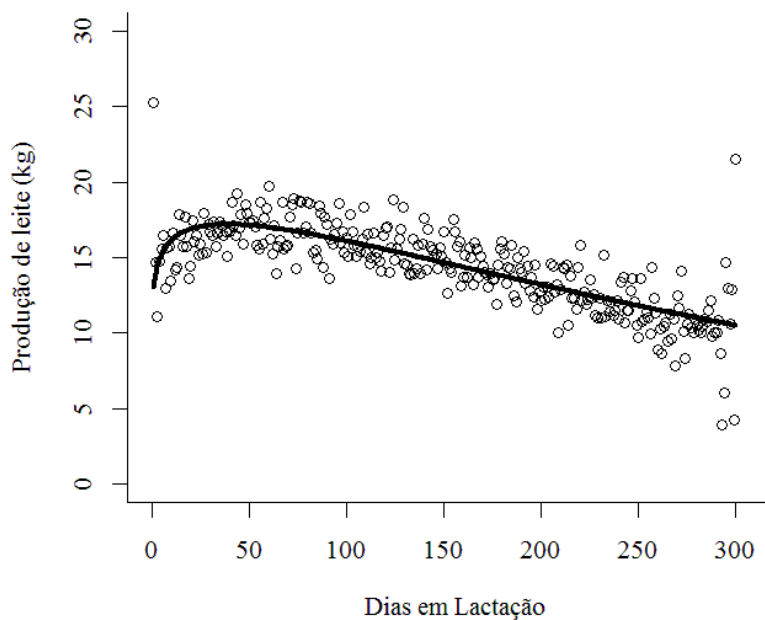


Figura 4. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 3/4H-1/4G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista.

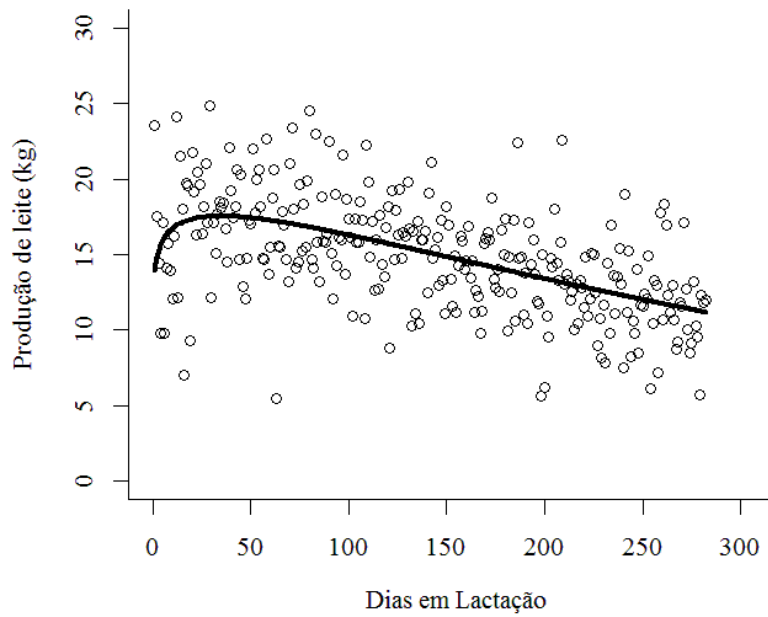


Figura 5. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 7/8H-1/8G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista.

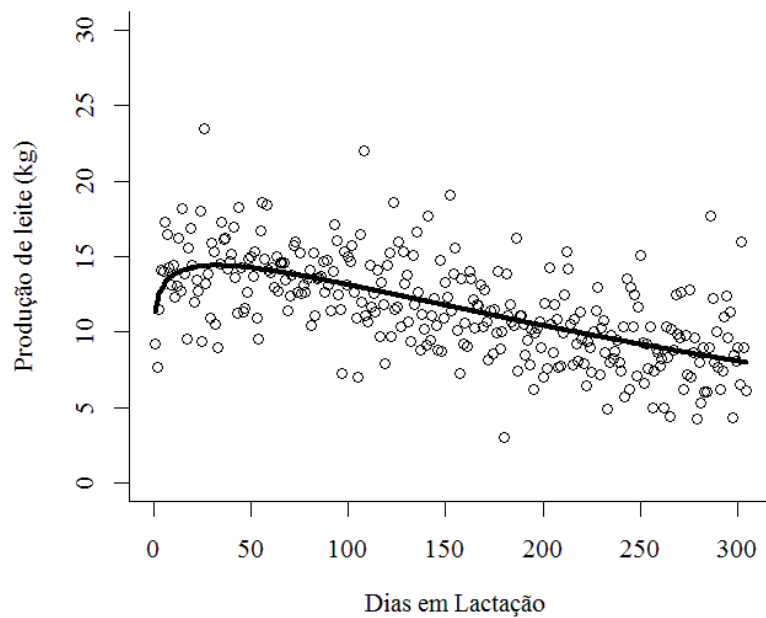


Figura 6. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/4H-3/4G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista.



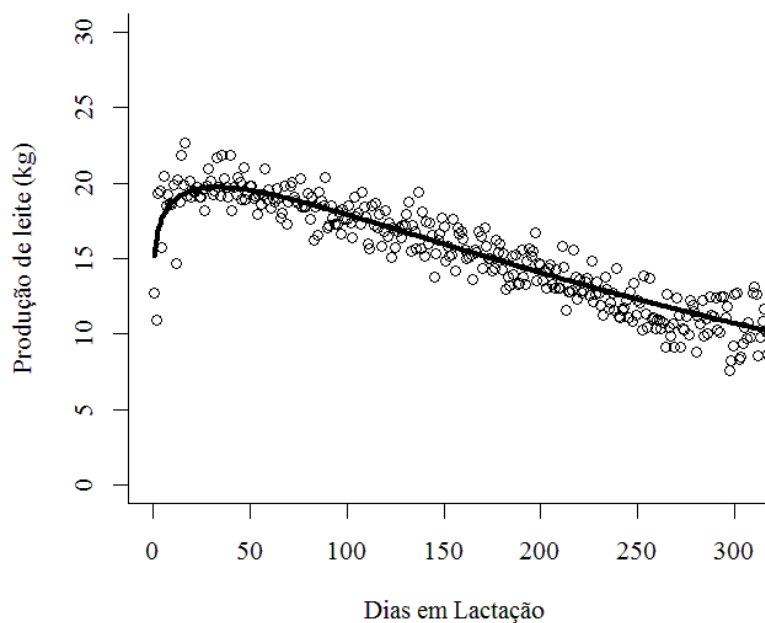


Figura 7. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/2H-1/2G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista.

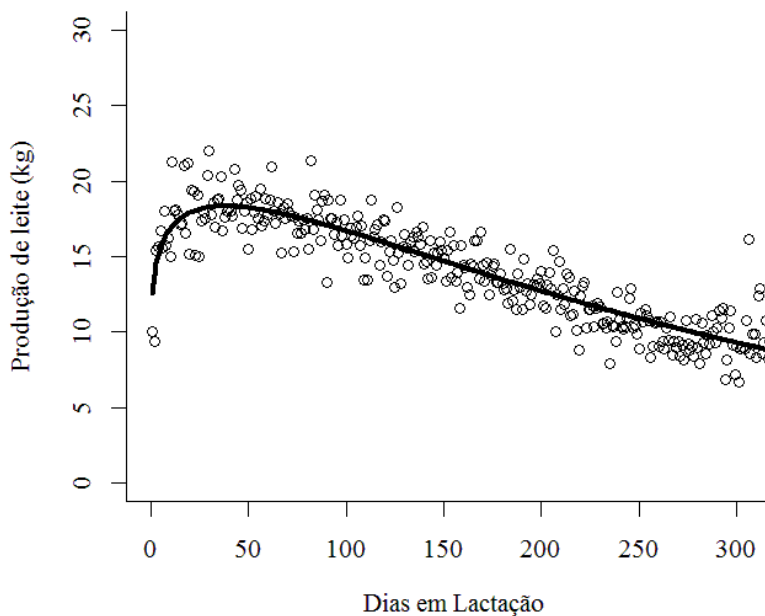


Figura 8. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 5/8H-3/8G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista.

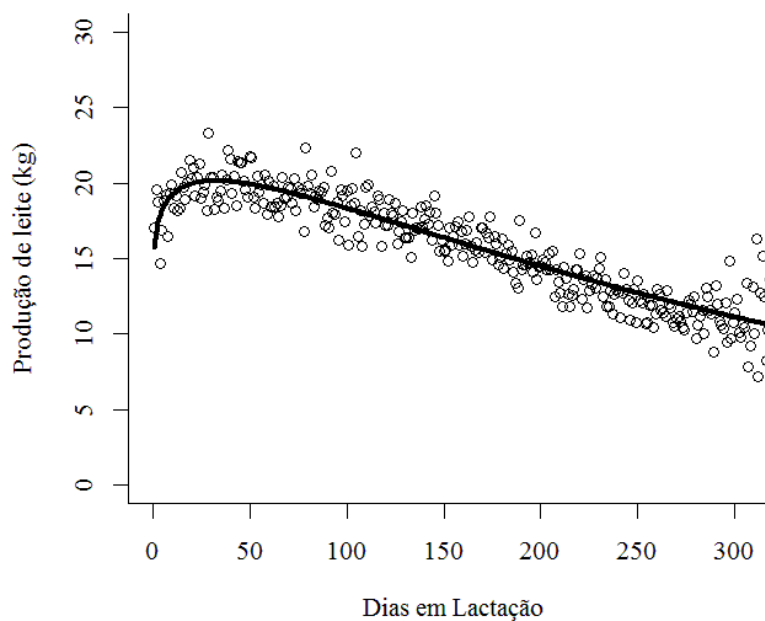


Figura 9. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 3/4H-1/4G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista.

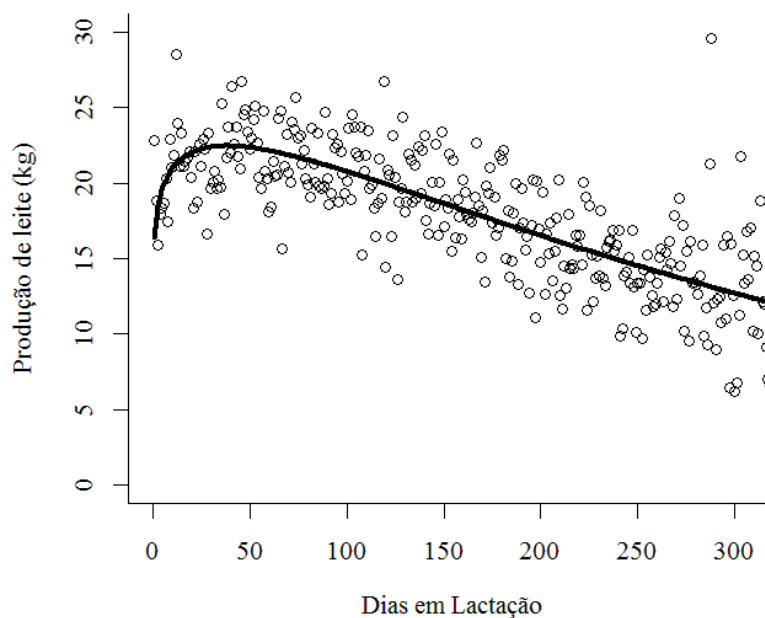


Figura 10. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 7/8H-1/8G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem frequentista.

São apresentadas nas Tabelas 4 e 5 as estimativas *a posteriori* dos parâmetros para os diferentes modelos ajustados por abordagem Bayesiana, para os animais de primeira e segunda lactação. Constam também os valores de coeficientes de determinação ajustados ( $R^2_A$ ) e o Critério de Informação dos Desvios (DIC) para cada um dos modelos. Foi possível observar que o modelo que apresentou maior valor de  $R^2_A$  e menor valor de DIC foi o modelo de Wood (1967) para ambas as ordens de parto e todos os grupos genéticos.

As curvas de lactação estimadas pelo modelo de Wood (1967) ajustado por abordagem Bayesiana, para os diferentes grupos genéticos e ambas as ordens de parto podem ser visualizadas nas Figuras 11 a 15 e 16 a 20, para primeira e segunda ordens de parto, respectivamente.

Tabela 4. Estimativa *a posteriori* dos parâmetros, coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_A$ ) e critério de informação dos desvios (DIC) para os diferentes modelos ajustados por abordagem Bayesiana, aos dados de produção de leite de vacas Girolando de diferentes composições genéticas de primeira ordem de parto

Modelos	Parâmetros dos modelos			$R^2_A$ (%)	DIC
	a	b	c		
	1/4 Holandês - 3/4 Gir				
Brody et al. (1923)	13,78 (12,65 - 14,63)	-	0,00181 (0,01384 - 0,00225)	36,77	5142
Brody et al. (1924)	14,03 (13,12 - 15,04)	0,00192 (0,00146 - 0,00239)	0,4132 (0,1442 - 0,9563)	38,08	5138
Nelder (1966)	0,212 (0,0503 - 0,3999)	0,06198 (0,05392 - 0,06997)	0,000209 (0,000161 - 0,000261)	35,64	5138
Wood (1967)	8,27 (5,94 - 11,06)	0,1071 (0,07098 - 0,2592)	0,002694 (0,00249 - 0,004671)	38,47	5131
Cobby e Le Du (1978)	13,86 (13,06 - 14,72)	0,02153 (0,01663 - 0,02664)	0,4212 (0,1512 - 0,9357)	37,76	5136
Jenkins e Ferrell (1984)	8,04 (6,967 - 9,024)	0,262 (0,1983 - 0,3320)	0,0185 (0,01534 - 0,02263)	34,38	5140

Continuação da Tabela 4.

Modelos	Parâmetros dos modelos			R <sup>2</sup> <sub>A</sub> (%)	DIC
	a	b	c		
1/2 Holandês - 1/2 Gir					
Brody et al. (1923)	17,89 (17,62 - 18,21)	-	0,00169 (0,00158 - 0,00181)	81,16	30460
Brody et al. (1924)	18,48 (18,04 - 18,94)	0,00187 (0,00172 - 0,002025)	0,1895 (0,1537 - 0,2303)	68,75	30440
Nelder (1966)	0,186 (0,164 - 0,2176)	0,04727 (0,0458 - 0,04885)	0,000154 (0,000143 - 0,00016)	71,79	30420
Wood (1967)	11,28 (10,31 - 12,24)	0,1424 (0,117 - 0,1695)	0,003169 (0,002876 - 0,003461)	82,81	30360
Cobby & Le Du (1978)	18,1 (17,77 - 18,44)	0,02686 (0,0249 - 0,02884)	0,2148 (0,1706 - 0,284)	71,44	30420
Jenkins & Ferrell (1984)	10,91 (10,55 - 11,27)	0,3134 (0,2890 - 0,3384)	0,01832 (0,0173 - 0,01939)	77,20	30450
5/8 Holandês - 3/8 Gir					
Brody et al. (1923)	16,45 (16,08 - 16,83)	-	0,001854 (0,00169 - 0,00201)	74,35	20120
Brody et al. (1924)	16,54 (16,12 - 17,02)	0,00188 (0,00171 - 0,00208)	0,703800 (0,2215 - 0,9918)	66,74	20130
Nelder (1966)	0,128 (0,06745 - 0,1835)	0,05442 (0,05118 - 0,05745)	0,000167 (0,00015 - 0,00019)	61,88	20120
Wood (1967)	11,19 (9,775 - 13,04)	0,12040 (0,07274 - 0,1594)	0,003124 (0,0026 - 0,00355)	75,38	20090
Cobby & Le Du (1978)	16,300 (15,94 - 16,71)	0,02472 (0,02252 - 0,02715)	0,751100 (0,2674 - 0,9946)	68,52	20110
Jenkins & Ferrell (1984)	9,77 (9,286 - 10,22)	0,30800 (0,2741 - 0,3426)	0,019030 (0,01755 - 0,02059)	65,83	20140

Continuação da Tabela 4.

Modelos	Parâmetros dos modelos			R <sup>2</sup> <sub>A</sub> (%)	DIC
	a	b	c		
3/4 Holandês - 1/4 Gir					
Brody et al. (1923)	18,11 (17,75 - 18,11)	-	0,001550 (0,001417 - 0,001673)	73,34	28570
Brody et al. (1924)	18,74 (18,26 - 19,21)	0,00174 (0,001584 - 0,001898)	0,191900 (0,1530 - 0,2409)	62,55	28550
Nelder (1966)	0,180 (0,1404 - 0,2489)	0,04727 (0,04371 - 0,04775)	0,000137 (0,000127 - 0,000155)	65,54	28530
Wood (1967)	10,89 (9,74 - 12,12)	0,15620 (0,1238 - 0,1879)	0,003156 (0,002809 - 0,003505)	76,59	28470
Cobby & Le Du (1978)	18,420 (18,03 - 18,82)	0,02588 (0,0236 - 0,02819)	0,209900 (0,1628 - 0,2842)	64,83	28530
Jenkins & Ferrell (1984)	11,130 (10,65 - 11,58)	0,29720 (0,2708 - 0,3244)	0,017210 (0,01605 - 0,01843)	73,54	28520
7/8 Holandês - 1/8 Gir					
Brody et al. (1923)	18,810 (17,92 - 19,69)	-	0,001180 (0,001317 - 0,001617)	50,72	5598
Brody et al. (1924)	19,020 (18,12 - 19,93)	0,00168 (0,001361 - 0,002012)	0,618200 (0,179 - 0,9856)	46,87	5599
Nelder (1966)	0,098 (0,003749 - 0,212)	0,04820 (0,04318 - 0,05195)	0,000125 (0,000102 - 0,000149)	47,84	5597
Wood (1967)	13,300 (10,39 - 16,71)	0,16430 (0,03664 - 0,1758)	0,003256 (0,001925 - 0,003405)	53,15	5590
Cobby & Le Du (1978)	18,650 (17,89 - 19,40)	0,02512 (0,02049 - 0,0297)	0,669700 (0,2056 - 0,9879)	47,76	5597
Jenkins & Ferrell (1984)	12,060 (11,07 - 12,96)	0,31940 (0,2537 - 0,3884)	0,019680 (0,01656 - 0,02348)	51,18	5600

Tabela 5. Estimativa *a posteriori* dos parâmetros, coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_A$ ) e critério de informação dos desvios (DIC) para os diferentes modelos ajustados por abordagem Bayesiana, aos dados de produção de leite de vacas Girolando de diferentes composições genéticas de segunda ordem de parto

Modelos	Parâmetros dos modelos			$R^2_A(\%)$	DIC
	a	b	c		
	1/4 Holandês - 3/4 Gir				
Brody et al. (1923)	15,51 (14,88 - 15,51)	-	0,001920 (0,001654 - 0,002205)	59,59	7233
Brody et al. (1924)	15,77 (15,03 - 15,77)	0,00201 (0,001705 - 0,002331)	0,315400 (0,1585 - 0,8616)	61,13	7228
Nelder (1966)	0,166 (0,06517 - 0,2901)	0,05627 (0,05029 - 0,06127)	0,000191 (0,000163 - 0,000229)	60,51	7228
Wood (1967)	11,22 (8,739 - 13,85)	0,10100 (0,03938 - 0,1725)	0,002949 (0,002273 - 0,003703)	61,98	7225
Cobby & Le Du (1978)	15,340 (14,76 - 15,95)	0,02357 (0,02021 - 0,02713)	0,392500 (0,1789 - 0,9183)	61,75	7226
Jenkins & Ferrell (1984)	9,186 (8,52 - 9,796)	0,31630 (0,2638 - 0,376)	0,020450 (0,01789 - 0,02355)	59,02	7239

Continuação da Tabela 5.

Modelos	Parâmetros dos modelos			R <sup>2</sup> <sub>A</sub> (%)	DIC
	a	b	c		
1/2 Holandês - 1/2 Gir					
Brody et al. (1923)	21,64 (21,34 - 21,92)	-	0,002184 (0,002088 - 0,00276)	87,78	49600
Brody et al. (1924)	22,11 (21,77 - 22,45)	0,00231 (0,002201 - 0,002414)	0,223000 (0,1870 - 0,2649)	88,48	49540
Nelder (1966)	0,182 (0,03975 - 0,6176)	0,03753 (0,01794 - 0,04274)	0,000172 (0,000148 - 0,000271)	87,81	49680
Wood (1967)	14,05 (13,65 - 15,86)	0,11650 (0,09479 - 0,1384)	0,003351 (0,003109 - 0,003593)	91,03	49490
Cobby & Le Du (1978)	21,38 (21,11 - 21,66)	0,037 (0,035 - 0,3816)	0,261 (0,2137 - 0,3257)	89,32	49500
Jenkins & Ferrell (1984)	11,78 (11,45 - 12,07)	0,456 (0,4309 - 0,4797)	0,020 (0,01877 - 0,02046)	86,18	49720
5/8 Holandês - 3/8 Gir					
Brody et al. (1923)	20,18 (19,82 - 20,57)	-	0,002342 (0,002217 - 0,002459)	84,65	28660
Brody et al. (1924)	20,92 (20,44 - 21,46)	0,00254 (0,002389 - 0,002699)	0,198300 (0,1622 - 0,2408)	87,57	28610
Nelder (1966)	0,2099 (0,1465 - 0,493)	0,03809 (0,03118 - 0,04044)	0,000206 (0,000194 - 0,000232)	87,32	28660
Wood (1967)	12,67 (11,47 - 14,00)	0,14360 (0,1133 - 0,1736)	0,003816 (0,003485 - 0,004128)	89,34	28570
Cobby & Le Du (1978)	20,02 (19,65 - 20,38)	0,03636 (0,03434 - 0,03839)	0,236800 (0,1924 - 0,2977)	88,29	28590
Jenkins & Ferrell (1984)	10,34 (9,947 - 10,73)	0,46040 (0,4308 - 0,4915)	0,019500 (0,01853 - 0,02058)	85,69	28690



Continuação da Tabela 5.

Modelos	Parâmetros dos modelos			R <sup>2</sup> <sub>A</sub> (%)	DIC
	a	b	c		
3/4 Holandês - 1/4 Gir					
Brody et al. (1923)	21,92 (21,63 - 22,21)	-	0,002100 (0,002013 - 0,002191)	88,04	59390
Brody et al. (1924)	22,47 (22,11 - 22,86)	0,00236 (0,002134 - 0,002344)	0,220700 (0,1877 - 0,2573)	85,7	59340
Nelder (1966)	0,141 (0,1171 - 0,1654)	0,03869 (0,03757 - 0,04)	0,000153 (0,000143 - 0,0001635)	86,35	59340
Wood (1967)	14,49 (13,49 - 15,67)	0,12590 (0,1043 - 0,1457)	0,003358 (0,003119 - 0,003578)	90,71	59270
Cobby & Le Du (1978)	21,73 (21,45 - 22,01)	0,03612 (0,03455 - 0,03773)	0,258400 (0,2118 - 0,3212)	86,93	59310
Jenkins & Ferrell (1984)	12,000 (11,68 - 12,32)	0,4499 (0,4260 - 0,4738)	0,01904 (0,01828 - 0,01986)	85,83	59460
7/8 Holandês - 1/8 Gir					
Brody et al. (1923)	24,13 (23,51 - 24,73)	-	0,001850 (0,001679 - 0,002014)	73,67	21080
Brody et al. (1924)	25,170 (24,41 - 25,97)	0,00208 (0,001883 - 0,00228)	0,160600 (0,1273 - 0,2067)	69,65	21050
Nelder (1966)	0,186 (0,1318 - 0,3915)	0,03324 (0,02263 - 0,03637)	0,000135 (0,000112 - 0,000194)	70,56	21070
Wood (1967)	14,74 (11,94 - 16,32)	0,16370 (0,1198 - 0,2087)	0,003593 (0,002995 - 0,003911)	76,79	21030
Cobby & Le Du (1978)	24,420 (23,77 - 25,06)	0,03844 (0,03475 - 0,04207)	0,177100 (0,1374 - 0,236)	71,3	21040
Jenkins & Ferrell (1984)	13,51 (12,75 - 14,22)	0,4467 (0,4038 - 0,4906)	0,0174 (0,01615 - 0,0188)	72,62	21060

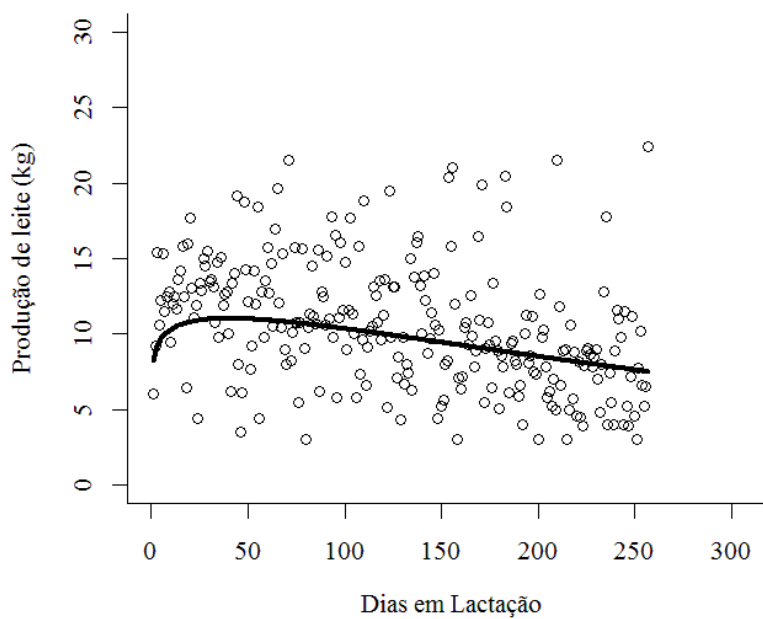


Figura 11. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/4H-3/4G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.

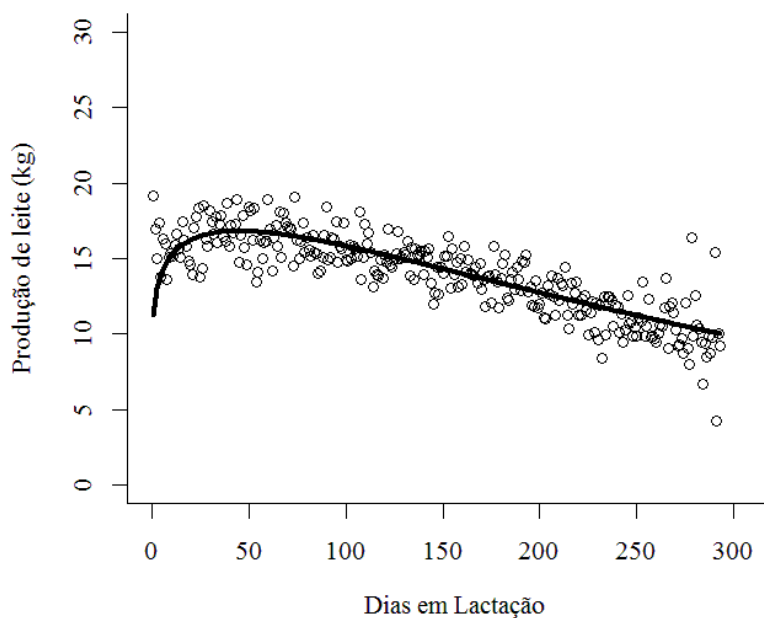


Figura 12. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/2H-1/2G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.

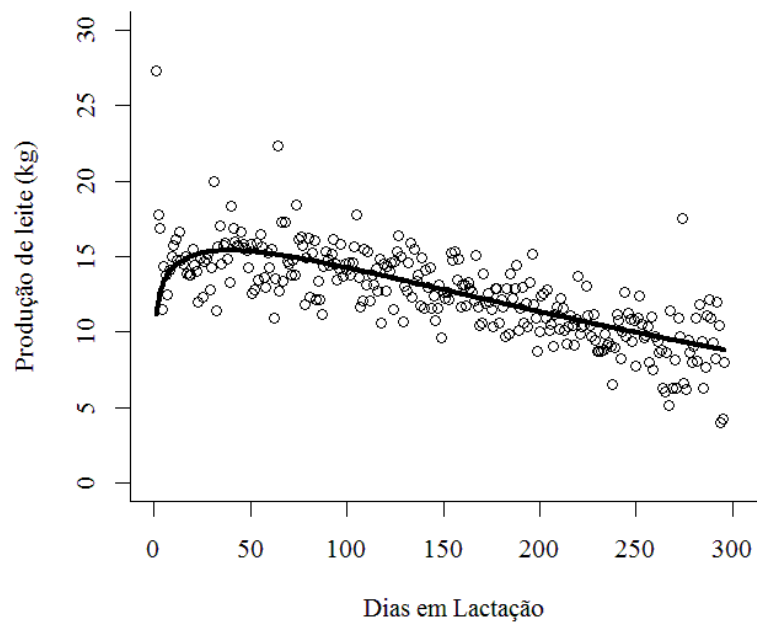


Figura 13. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 5/8H-3/8G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.

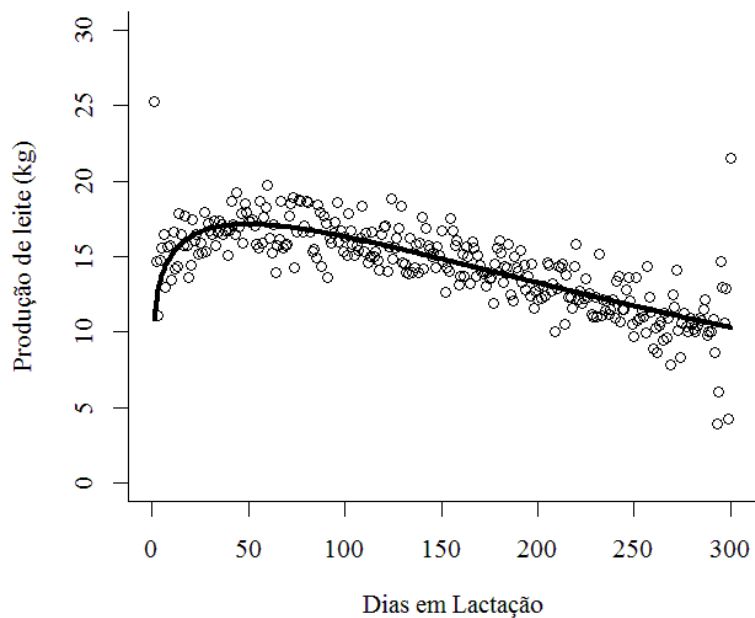


Figura 14. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 3/4H-1/4G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.

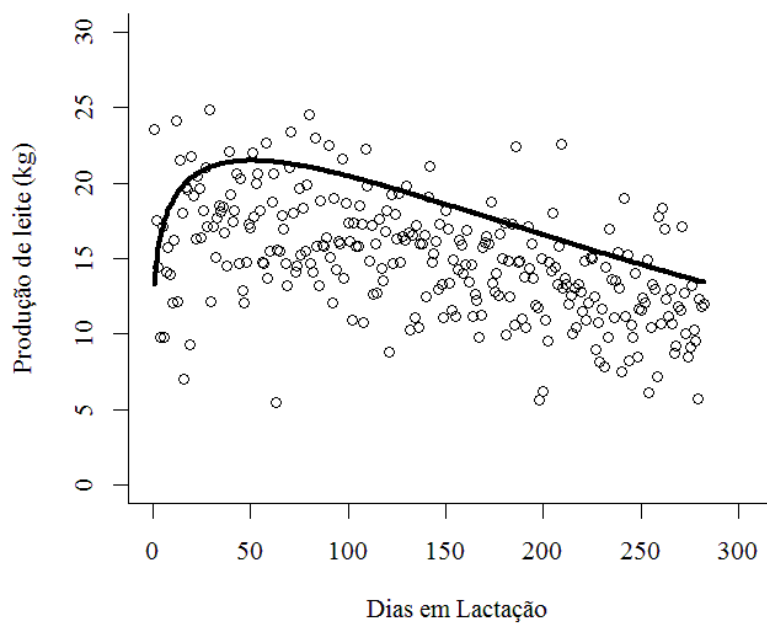


Figura 15. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 7/8H-1/8G de primeira ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.

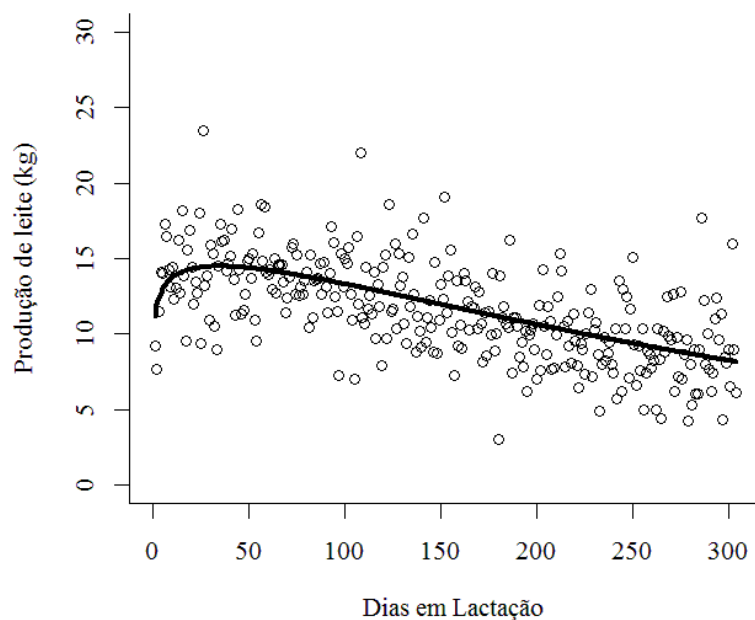


Figura 16. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/4H-3/4G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.

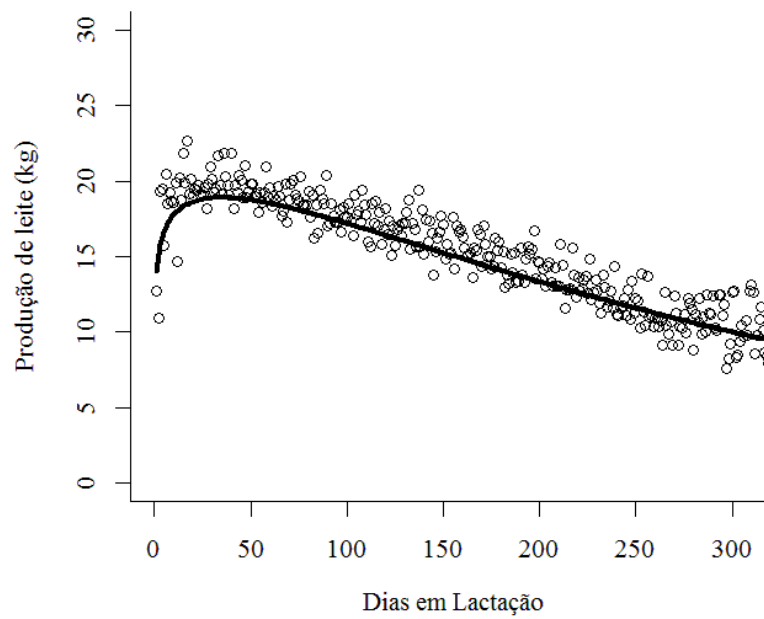


Figura 17. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 1/2H-1/2G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.

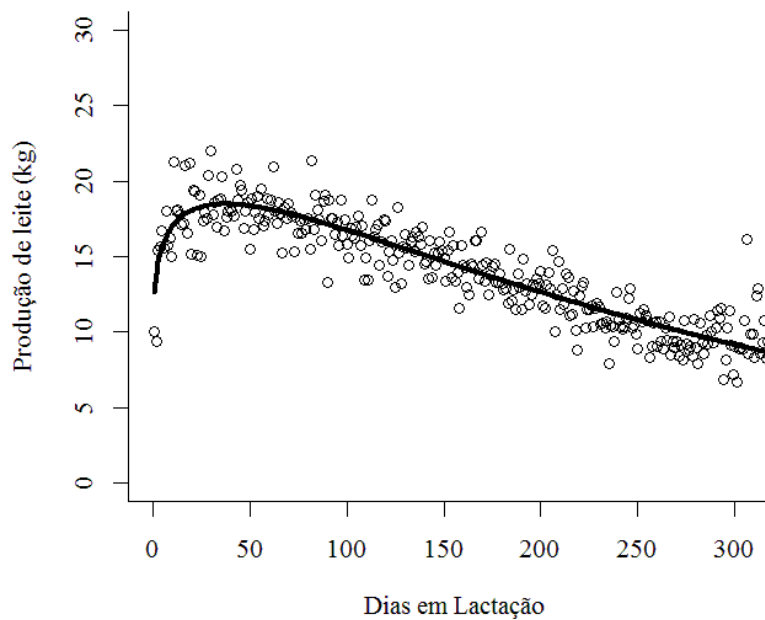


Figura 18. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 5/8H-3/8G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.

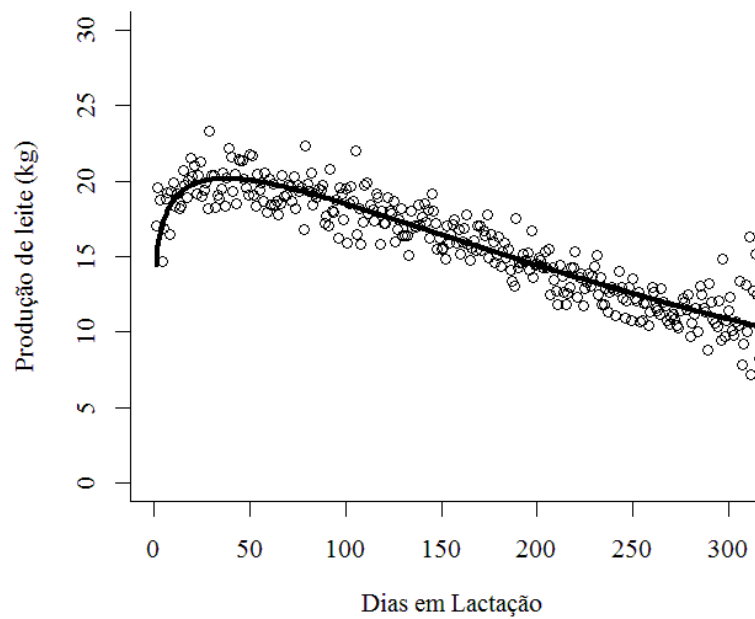


Figura 19. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 3/4H-1/4G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.

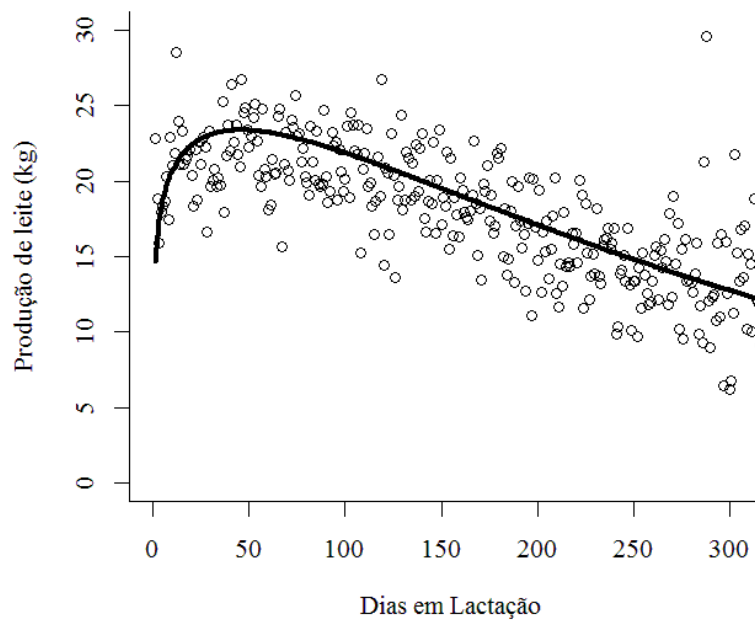


Figura 20. Curva de lactação observada e estimada para o grupo genético 7/8H-1/8G de segunda ordem de parto, através do modelo proposto por Wood (1967), ajustado por abordagem Bayesiana.

Verificou-se que, independentemente da abordagem utilizada, os modelos apresentaram piores ajustes às produções de leite das vacas de primeira ordem de parto. Fato semelhante foi observado também por Cobuci et al. (2001) estudando curvas de lactação de vacas Guzerá, Rebouças et al. (2008), com vacas da raça Gir, e Kellogg et al. (1977), em trabalhos com vacas Holandesas.

Melhor ajuste do modelo de Wood para animais de segunda ordem de parto concorda com o observado por Cunha et al. (2010), no estudo da curva de lactação de animais com diferentes grupos genéticos provenientes do cruzamento Holandês-Zebu, por meio de diferentes funções matemáticas, que concluíram que este modelo ajustou melhor os dados de produção de animais de segunda, terceira ou mais lactações.

O pior ajuste dos dados de produção das vacas primíparas pode ser devido ao fato de estes animais apresentarem menor produção no pico, o que lhes confere uma curva de lactação mais plana; ou seja, o pico é menos acentuado do que de vacas de maiores ordens de parto. Deste modo, os modelos apresentam dificuldades em determinar o pico de produção e o ajuste se torna menos eficaz por não conseguir ajustar esta fase da curva de lactação adequadamente e, então, verificam-se menores valores de  $R^2_A$  para animais de primeira ordem de parto. Esta menor produção no pico de lactação das primíparas é devido ao menor grau de diferenciação das células secretoras e baixo desenvolvimento da glândula mamária destes animais em comparação às ordens de lactação mais avançadas.

Observou-se que as curvas de lactação das fêmeas primíparas foram mais achatadas, com pico de lactação menos acentuado (Figuras 1 e 3). Fato semelhante foi observado por Kellogg et al. (1977), que estudaram a curva de lactação de 36 vacas Holandesas em quatro grupos, de primeira a quarta lactação, através do modelo de Wood, e observaram que, para as primíparas, apenas nove vacas tiveram suas produções ajustadas com coeficientes de determinação maior que 90%, e 11 delas apresentaram valores  $R^2_A$  entre 80 e 89%. Para os animais de segunda e terceira lactação, o número de animais que apresentou  $R^2_A$  acima de 90% foi 30, e 25 animais apresentaram  $R^2_A$  acima de 90% para a quarta lactação. Ou seja, fêmeas primíparas apresentaram pior ajuste ao modelo, o que pode ser justificado, segundo os autores, quando as curvas são relativamente planas, sem apresentarem o pico de produção. Miller et al. (2006) também verificaram curvas de lactação com pico menos acentuado para vacas Holandesas primíparas.

Quando foi utilizada a abordagem frequentista, nenhum dos grupos genéticos de OP1 teve seus dados ajustados. Diferentemente da abordagem Bayesiana, que permitiu ajustar os dados do grupo 1/2H-1/2G, desta mesma ordem de parto, pelos modelos de Brody et al. (1923) e Wood (1967).

Para os animais de OP2, os dados do grupo genético 1/2H-1/2G obtiveram bons ajustes pelos modelos de Brody et al. (1924), Nelder (1966), Wood (1967) e Cobby & Le Du (1978), e do grupo 3/4H-1/4G pelo modelo de Wood (1967), quando analisados pela abordagem frequentista.

Para animais de OP2, com dados analisados pela abordagem Bayesiana, observou-se que os grupos genéticos 1/2H-1/2G, 3/4H-1/4G e 5/8H-3/8G tiveram seus dados de produção de leite ajustados por todos os modelos estudados e, como já mencionado, com maior destaque para o modelo de Wood (1967).

Em ambas as abordagens observou-se que os grupos genéticos 1/4H-3/4G e 7/8H-1/8G foram os que apresentaram os piores ajustes, independente do modelo e da ordem de parto, verificando-se os baixos valores de  $R^2_A$ . Isto é devido ao fato destes grupos apresentarem os menores números de animais e também de observações dos dados de produção de leite, uma vez que foi considerada a curva média de cada grupo genético. Complementar ao baixo valor de  $R^2_A$ , na abordagem Bayesiana os valores de DIC foram inferiores em relação aos outros grupos genéticos, independente do modelo, mostrando dificuldade no ajuste dos dados em virtude do baixo número de observações. Neste sentido, observou-se que a abordagem Bayesiana permitiu ajustar a curva de lactação de alguns grupos genéticos que não tiveram seus dados devidamente ajustados pela abordagem frequentista. No entanto, alguns grupos genéticos não tiveram seus dados ajustados por nenhuma das abordagens, embora a Bayesiana permitisse obtenção mais acurada dos parâmetros em relação à produção de leite, em virtude do maior valor de  $R^2_A$ .

Goodal & Sprevak (1985) relataram em seu estudo sobre curva de lactação de vacas leiteiras que, para o método frequentista, foram necessárias, em média, pelo menos 15 semanas de dados de produção de leite, em ordem, para gerar boas estimativas de produção total de leite. Com a utilização do método bayesiano, a convergência dos dados foi alcançada de maneira rápida e em períodos de 10 semanas, em muitos casos, de cinco semanas de informações de produção de leite. Concluiu-se que o método forneceu boas estimativas da curva de lactação com dados de poucas



semanas de produção, sendo indicado nesse tipo de estudo, uma vez que permite prever a produção total de leite de um animal ou grupo de animais lançando-se mão de dados de produção no início da lactação. Em contrapartida, o método frequentista se mostrou adequado quando a maioria dos dados de produção de leite, por toda a lactação, é conhecida.

Neste contexto, Pereira et al. (2001) utilizaram a abordagem Bayesiana para prever a produção de leite até 305 dias de lactação de vacas leiteiras e concluíram que o método foi bem sucedido, como elevada acurácia no estudo. Além disso, os autores citaram que o método não requer acumulação de grandes quantidades de dados e que, na prática do controle leiteiro mensal, a predição antecipada da produção futura pode ser mais acurada usando a abordagem Bayesiana.

Muniz et al. (2007) estudaram a curva de lactação de vacas Gir de baixa produção por meio do modelo de Wood (1967), através da análise Bayesiana e observaram que as médias *a posteriori* de cada parâmetro obtidas por esta análise concordaram com as médias estimadas previamente por Gonçalves (1994), que utilizou a abordagem frequentista no mesmo banco de dados. Porém, o desvio padrão e a variância residual dos parâmetros diminuíram no procedimento bayesiano. Assim, os autores concluíram que o método proporcionou estimativas precisas para os parâmetros, representando-se, então, consistente para análise de modelos de regressão não lineares. Deste modo, o procedimento bayesiano confirma seu poder em gerar estimativas mais precisas que a abordagem frequentista em ampla variedade de estudos, inclusive em estudos de curvas de lactação.

## **Conclusões**

O modelo de Wood se mostrou mais eficaz, dentre os modelos propostos, em ajustar os dados de produção de leite dos diferentes grupos genéticos. Melhor ajuste foi observado para a segunda ordem de parto.

A abordagem Bayesiana permitiu ajuste mais adequado dos modelos em relação à abordagem frequentista.

## Referências Bibliográficas

- BIANCHINI SOBRINHO, E. Estudo da curva de lactação em vacas da raça Gir. 1984. 88p. Tese (Doutorado). Faculdade de Medicina Veterinária de Ribeirão Preto. Universidade de São Paulo. Ribeirão Preto.
- BLASCO, A. The Bayesian controversy in animal breeding. **Journal of Animal Science**, v. 79, p. 2023-2046, 2001.
- BRODY, S.; RAGSDALE, A.C.; TURNER, C. W. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation. **Journal of General Physiology**, v. 5, p. 441-444, 1923.
- BRODY, S.; TURNER, C.W.; RAGSDALE, A.C. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. **Journal of General Physiology**, v. 6, p.541-545, 1924.
- COBBY, J.; LE DU, Y. On fitting curves to lactation data. **Animal Production**, v. 26, p. 127-133, 1978.
- COBUCCI, J.A.; EUCLYDES, R.F.; TEODORO, R.L.; VERNEQUE R.S.; LOPES, P.S.; SILVA, M.A. Aspectos genéticos e ambientais da curva de lactação de vacas da raça Guzará. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 30, n 4, p. 1204 –1211, 2001.
- CUNHA, D.N.F.V.; PEREIRA, J.C.; ILVA, F.F.; CAMPOS, O.F.; BRGA, J.L. MARTUSCELO, J.A. Selection of models of lactation curves to use in models of milk production simulation systems. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 39, p. 891-202, 2010.
- GALLANT, A.R. **Nonlinear statistical models**. New York: J. Wiley, 1987. 610p.
- GLÓRIA, J.R.; BERGMANN, J.A.G.; QUIRINO, C.R.; RUAS, J.R.M.; MATOS, C.R.A.; PEREIRA, J.C.C. Curvas de lactação de quatro grupos genéticos de mestiças Holandês-Zebu. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.39, n.10, p.2160-2165, 2010.
- GONÇALVES, T. M.; OLIVEIRA, A I. G.; FREITAS, R. T. F.; PEREIRA, I. G. Curvas de Lactação em Rebanhos da Raça Holandesa no Estado de Minas Gerais. Escolha do Modelo de Melhor Ajuste1. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 31, n.4, p. 1689-1694, 2002.
- GOODALL, A.E.; SPREVAK, D. A Bayesian estimation of lactation curve of dairy cow. **Animal Production**, v.40, p.189-193, 1985.
- HEIDELBERGER, P.; WELCH, P.D. Simulation run length control in the presence of an initial transient. **Operations Research**, v.31, n.6, p.1109-1144, 1983.
- JENKINS, T.G.; FERREL, C.L. A note lactation curves of crossbred cows. **Animal Production**, v. 39, p. 479-482, 1984.

- KELLOGG, D.W.; URQUHART, N.S.; ORTEGA, A.J. Estimating Holstein lactation curves with a gama curve. **Journal of Dairy Science**, v.6, n.8, p.1308-1315, 1977.
- LOPES, M.A. Estudo da curva de lactação de um rebanho Holandês variedade preto e branco mantido em um sistema intensivo de produção. 1994. 87p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Lavras, Lavras.
- MILLER, N.; DELBECCHI, L.; PETITCLERC, D.; WAGNER, G.F.; TALBOT, B.G.; LACASSE, P. Effect of stage of lactation and parity on mammary gland cell renewal. **Journal of Dairy Science**, v. 89, p. 4669-4677, 2006.
- MUNIZ, J.A.; SILVA, F.F.; GUEDES, M.H.P.; GONÇALVES, T.M. Evaluation of lactation curve of low-yielding Gir cows: a Bayesian approach. **Acta Scientiarum Animal Science**, v. 29, n. 1, p. 79-83, 2007.
- NELDER, J. A. Inverse Polynomials a useful group of multifactor response functions. **Biometrics**, v. 22, p. 128-141, 1966.
- OLIVEIRA, H.T.V.; REIS, R.B.; GLÓRIA, J.R.; QUIRINO, C.R.; PEREIRA, J.C.C. Curvas de lactação de vacas F1 Holandês-Gir ajustadas pela função gama incompleta. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v. 59, n. 1, 2007.
- PEREIRA, J.A.C.; SUZUKI, M.; HAGIYA, K. Prediction of 305 days Milk production from early records in dairy cattle using an empirical bayes method. **Journal of Animal Science**, v.14, n.11, p. 1511-1515, 2001.
- R Development Core Team [2012]. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN3-900051-07-0.
- REBOUÇAS, G. F.; GONÇALVES, T. M.; MARTINEZ, M. L.; AZEVEDO JUNIOR, J.; KOOPS, W. Novas funções para estimar a produção de leite, em 305 dias de lactação, de vacas da raça. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.37, n.7, p. 1222-1229, 2008.
- SILVA, F.F.; MUNIZ, J.A.; AQUINO, L.H.; SÁFADI, T. Análise Bayesiana da curva de lactação de cabras Saanen. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 40, n. 1, p. 27-33, 2005.
- SORENSEN, D.; GIANOLA, D. **Likelihood, Bayesian and MCMC methods in quantitative genetics**. New York: Springer-Verlag New York, Inc. 740p. 2002.
- WOOD, P.D.P. Algebraic model of the lactation curve in cattle. **Nature**. v. 216, p. 164-165, 1967.
- YADAV, S.; SHARMA, J. Functions for lactation curves in crossbred dairy cattle. **Indian Journal of Animal Science**, v.55, p.42-47, 1984.

## **Capítulo II. Desempenho produtivo de vacas Girolando, de diferentes grupos genéticos, estimado pelo modelo de Wood ajustado por abordagem Bayesiana**

**Resumo:** Utilizou-se o modelo de Wood analisado por abordagem Bayesiana para estimar os componentes da curva de lactação de diferentes grupos genéticos, de primeira (OP1) e segunda (OP2) ordem de parto: 1/4 Holandês - 3/4 Gir; 1/2 Holandês - 1/2 Gir; 3/4 Holandês - 1/4 Gir; 5/8 Holandês - 3/8 Gir e 7/8 Holandês - 1/8 Gir. Os dados de produção de leite até 305 dias de lactação eram pertencentes ao Arquivo Zootécnico do Centro Nacional de Pesquisa em Gado de Leite da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA). Após a estimação dos parâmetros do modelo foram calculadas produção no pico (PP), tempo para atingir o pico (TP), persistência na lactação (PER) e duração da lactação para cada grupo genético. Animais de OP1 apresentaram menores produções por todas as fases da lactação, além de demorarem mais tempo para alcançar o pico de produção. Animais de OP2 apresentaram maior produção total de leite. A produção total de leite dos animais 7/8H-1/8G de OP1 foi semelhante a dos animais 3/4H-1/4G e 1/2H-1/2G. Para a OP2, os animais mais produtivos foram os 7/8H-1/8G, seguidos dos 3/4H-1/4G e 1/2H-1/2G. Produção intermediária foi verificada nos animais 5/8H-3/8G e inferiores nos animais 1/4H-3/4G para ambas as ordens de parto. Não foi observada diferença significativa para duração da lactação entre os grupos genéticos estudados. Animais de OP1 são mais persistentes que animais de OP2, porém, estes são mais produtivos. Os grupos genéticos estudados se mostram persistentes quanto à duração da lactação. A abordagem Bayesiana no ajuste do modelo de Wood permite estimativas acuradas das características da curva de lactação dos animais e na estimação de produção total de leite, duração da lactação e persistência.

Palavras-chave: curva de lactação, Gama Incompleta, grupos genéticos, produção de leite

## **Chapter II. Productive performance of different genetic groups of Girolando cows estimated by Wood's model via Bayesian methodology**

**Abstract:** The Wood's model was implemented through Bayesian methodology in order to estimate parameters of the lactation curve for animals from different genetic groups. Five groups were considered: 1/4 Holstein - 3/4 Gir, 1/2 Holstein - 1/2 Gir, 3/4 Holstein - 1/4 Gir, 5/8 Holstein - 3/8 Gir, and 7/8 Holstein - 1/8 Gir. Data for 305 days in milk were recorded for animals in first (OP1) and second parity (OP2). The animals belong to the Animal Science Archive of the National Research Center for Dairy Cattle from the Brazilian Agricultural Research (EMBRAPA). After estimating the parameters of the model, the peak production (PP), time at peak (TP), persistency of lactation (PER) and lactation length were calculated for each genetic group. Animals in OP1 showed lower milk production for all stages of lactation, and required a longer time to reach peak production. In the other hand, animals in OP2 had higher total milk production. The total milk production of animals 7/8H-1/8G, 3/4H-1/4G, and 1/2H-1/2G was similar in OP1. For OP2, the animals 7/8H-1/8G were the most productive followed by 3/4H-1/4G and 1/2H-1/2G. Intermediate production was observed for animals 5/8H-3/8G and low for animals 1/4H-3/4G, in both parities. There was no significant difference in lactation length among genetic groups. Animals in OP1 are more persistent than animals in OP2, however, animals in second parity are more productive. The genetic groups tested here show similar pattern for persistency of lactation. The Wood's model can be properly fitted using Bayesian methodology. This approach allows accurate estimation for parameters of the lactation curve, as well as total milk production, lactation length, and persistence.

Key-words: lactation curve, Incomplete Gamma, genetic groups, milk yield

## **Introdução**

Devido à grande extensão territorial e diversidade climática, a produção de leite no Brasil é ocasionada principalmente por animais cruzados, com objetivo da expressão da heterose e da complementaridade entre as raças, buscando obter animais mais adaptados e produtivos nas condições do país. O principal cruzamento com esta finalidade é entre as raças Holandês e Gir.

A produção de leite de um animal por um período de tempo caracteriza a curva de lactação, que pode ser influenciada além da questão genética, por fatores de ambiente. Com a curva de lactação é possível acompanhar o desempenho produtivo dos animais, facilitando técnicas de manejo, alimentação e descarte dos animais de acordo com o padrão produtivo desejável, além de avaliar os reprodutores antecipadamente, com base nas lactações incompletas de suas filhas.

A curva de lactação normalmente apresenta três fases: produção inicial, taxa de acréscimo até o pico de produção e taxa de declínio após o pico.

O pico de produção é definido como a produção máxima de leite alcançada num dia da lactação, sendo um dos principais fatores que determinam a produção de leite, o período e a forma da curva de lactação (WOOD, 1967). A persistência na lactação é outro fator importante a ser considerado na curva de lactação, sendo definida como a capacidade da vaca em manter sua produção de leite após ter atingido produção máxima na lactação (COBUCI et al., 2004) e é considerada o principal componente da curva (WOOD, 1967). Neste sentido, tem-se que a produção total de leite é função da persistência na lactação, do pico de produção de leite e da duração da lactação (LUDWICK & PETERSEN, 1943).

Sendo assim, a curva de lactação se mostra importante por auxiliar na caracterização da produção do animal durante toda a lactação, podendo ser identificados o tempo de ascensão ao pico, pico de produção, persistência de produção, duração da lactação, além de quedas bruscas de produção e resposta a dietas e manejo (REKAYA et al., 2000).

Objetivou-se avaliar o desempenho produtivo, duração da lactação, tempo para atingir o pico, produção de leite no pico e persistência de vacas Girolando com diferentes composições genéticas, por meio dos parâmetros da curva de lactação do modelo de Wood (1967) ajustado por abordagem Bayesiana.

## Material e Métodos

Foram utilizados dados de produção de leite, totalizando 41.050 observações de 1.693 vacas de primeira (OP1) e 2.951 vacas de segunda (OP2) lactação, com partos ocorridos entre 1991 a 2010, pertencentes ao Arquivo Zootécnico do Centro Nacional de Pesquisa em Gado de Leite da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA).

Os animais eram provenientes do cruzamento entre as raças Holandesa (H) e Gir (G), com diferentes composições genéticas: 1/4H-3/4G; 1/2H-1/2G; 3/4H-1/4G; 5/8H-3/8G e 7/8H-1/8G. Aproximadamente 80% dos dados eram provenientes de rebanhos de Minas Gerais, Goiás e São Paulo. O número de animais e observações para cada grupo genético pode ser visualizado na Tabela 1.

Foram eliminados os animais que não apresentassem data de nascimento, data de parto e data de encerramento da lactação. Consideraram-se as informações de lactações completas (até 305 dias - sendo este o período de lactação ideal dentro de um ano, considerando período seco de 60 dias) e que tivessem de 8 a 10 controles por lactação.

Com base no primeiro capítulo desta dissertação, o modelo de Wood (1967) foi o que mostrou mais adequação, dentre os propostos, no ajuste de dados de produção de leite dos diferentes grupos genéticos considerados. Além disso, este modelo permitiu melhor ajuste quando foi analisado por meio da abordagem Bayesiana. Sendo assim, para estimar a curva de lactação dos animais utilizou-se o modelo de Wood (1967):

$Y = an^b e^{-cn}$ , em que:  $Y$  é a produção de leite (kg) ao tempo  $n$  de lactação;  $a$  é o parâmetro relacionado a produção inicial,  $b$  é a taxa de acréscimo até o pico;  $c$  é a taxa de decréscimo após o pico e  $e$  é exponencial.

Tabela 1. Número de observações (N) e de vacas com diferentes composições genéticas de primeira e segunda ordem de parto

Grupo Genético	N <sup>1</sup>	Vacas <sup>1</sup>	N <sup>2</sup>	Vacas <sup>2</sup>
1/4H-3/4G	827	95	1.215	136
1/2H-1/2G	5.069	586	7.899	891
5/8H-3/8G	3.286	380	4.593	525
3/4H-1/4G	4.587	529	9.166	1.033
7/8H-1/8G	902	103	3.506	366

1 e 2 são dados de animais de primeira e segunda ordem de parto, respectivamente.

A análise dos modelos foi realizada através do software R (2012). Considerou-se *prioris* não informativas para os parâmetros. A distribuição marginal *a posteriori* para os parâmetros foi obtida utilizando-se o pacote BRugs. Para todos os parâmetros foram geradas cadeias de 100.000 iterações, considerando um período de descarte inicial de 10.000 valores, sendo as amostras retiradas a cada 10 iterações. A análise de convergência das cadeias foi verificada utilizando-se o critério de Heidelberger e Welch (1983), disponível no pacote CODA.

Através dos parâmetros do modelo ajustado foram também calculados o tempo para atingir o pico (TP), a produção de leite no pico (PP) e a persistência (PER), em que  $TP = b/c$  e  $PP = a[(b/c)b]e^{-b}$ ; e  $PER = [-(b+1)\ln(c)]$ , segundo Wood (1967).

### **Resultados e Discussões**

As estimativas dos parâmetros do modelo de Wood (1967) ajustado por abordagem Bayesiana para os animais com diferentes composições genéticas e ambas as ordens de parto podem ser visualizadas na Tabela 2. Constam também os valores de coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_A$ ) para cada grupo genético.

Observou-se que os animais OP1 apresentaram menores valores dos parâmetros por toda a lactação, ou seja, menor produção inicial, menor taxa de acréscimo até o pico e menor produção no pico. Alguns autores também reportaram estes menores valores para animais de primeira lactação em estudos de curvas de lactação (JUNQUEIRA et al., 1997; QUEIROZ et al., 1991; COBUCI et al., 2001; RIBEIRO & PIMENTA FILHO, 1999).



Tabela 2. Estimativa a *posteriori* dos parâmetros para diferentes grupos genéticos de diferentes ordens de parto, ajustados pelo modelo de Wood (1967), por abordagem Bayesiana

Grupo genético	Parâmetros do modelo			R <sup>2</sup> <sub>A</sub> (*)
	a	b	c	
OP1				
1/4H-3/4G	8,27	0,1071	0,002690	37,76
1/2H-1/2G	11,28	0,1424	0,003170	82,81
5/8H-3/8G	11,19	0,1204	0,003124	75,38
3/4H-1/4G	10,89	0,1562	0,003156	76,59
7/8H-1/8G	13,30	0,1643	0,003356	53,15
OP2				
1/4H-3/4G	11,22	0,1010	0,002949	61,98
1/2H-1/2G	14,05	0,1165	0,003351	91,03
5/8H-3/8G	12,67	0,1436	0,003816	89,34
3/4H-1/4G	14,49	0,1259	0,003358	90,71
7/8H-1/8G	14,74	0,1637	0,003593	76,79

*a*, *b* e *c* são os parâmetros do modelo proposto por Wood (1967). \* Coeficiente de determinação ajustado. OP1 e OP2 representam 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordens de parto, respectivamente.

Na Tabela 3 estão os valores de produção inicial, produção de leite no pico de lactação, tempo para atingir o pico e persistência na lactação, calculados pelo modelo de Wood (1967) ajustado por abordagem Bayesiana.

Os animais de OP1 demoraram mais tempo para atingir o pico de produção e apresentaram maiores valores de persistência na lactação.

Segundo Cobuci et al. (2003), o parâmetro “c” dos modelos utilizados no estudo de curvas de lactação pode ser considerado como medida de persistência, uma vez que está associado à taxa de declínio da produção de leite após o pico. Porém, comparar a persistência entre animais apenas por este parâmetro não seria ideal, pois a persistência tem relação com a produção no pico e o tempo para atingir este pico. Em alguns desses modelos, a persistência na lactação pode ser obtida pela combinação de parâmetros específicos do modelo, a exemplo da medida de persistência na lactação fornecida pelo modelo de Wood (1967):  $\text{persistência} = [-(b+1)\ln(c)]$ . De acordo com El Faro & Albuquerque (2002) a persistência é um parâmetro que não tem unidade e seus maiores valores absolutos indicam maior persistência, o que permitiria uma comparação direta entre animais de interesse.

Em relação à maior persistência das fêmeas primíparas, Cobuci et al. (2001) verificaram que animais da raça Guzerá de primeira ordem de parto se mostraram mais persistentes que as demais ordens. Menor persistência em animais de ordens de partos mais avançadas foi verificada também por Rebouças et al. (2008) para vacas da raça Gir, e Glória et al. (2010), para vacas mestiças Holandês-Zebu.

A menor produção de leite durante as fases da curva da lactação observada nas fêmeas primíparas está relacionada à menor diferenciação e menor população das células secretoras na glândula mamária destes animais. Esta menor produção também é observada na taxa de declínio dos animais desta ordem de parto, o que lhes confere maior persistência. Em virtude do menor desenvolvimento da glândula mamária, estes animais demoram mais tempo para atingir o pico de produção. Miller et al. (2006) observaram que a glândula mamária de vacas múltíparas foi metabolicamente mais ativa do que de primíparas, especialmente no início e no pico de lactação, conferindo maior produção destes animais nestas duas fases da curva. De acordo com Sanders (1923), o aumento da ordem de lactação das vacas proporciona um aumento na produção de leite, porém, animais de primeira lactação se apresentam mais persistentes. Isso pode ser devido às vacas de primeira lactação estarem ainda em fase de crescimento corporal e desenvolvimento da glândula mamária e, portanto, teriam menor capacidade produtiva (SANTOS & FONSECA, 2006). Assim, vacas adultas podem produzir 20-30% a mais de leite do que vacas primíparas (BLOCK et al., 1995; SOUZA et al., 2010).

Considerando-se a Tabela 3 e as Figuras 1 e 2 verifica-se menor produção inicial, no pico e menor declínio de produção das fêmeas primíparas.

Tabela 3. Produção inicial (PI), produção no pico (PP), tempo para atingir o pico (TP) e persistência na lactação (PER) de vacas mestiças Girolando de primeira (OP1) e segunda (OP2) ordens de parto, estimados pela função gama incompleta ajustada por abordagem Bayesiana.

Grupo genético	PI (kg)	PP (kg)	TP (dias)	PER
OP1				
1/4H-3/4G	8,27	11,02	39,76	6,550
1/2H-1/2G	11,28	16,82	44,94	6,574
5/8H-3/8G	11,19	15,40	38,54	6,463
3/4H-1/4G	10,89	17,13	49,49	6,658
7/8H-1/8G	13,30	21,39	50,46	6,668
OP2				
1/4H-3/4G	11,22	14,49	34,25	6,415
1/2H-1/2G	14,05	18,91	34,77	6,362
5/8H-3/8G	12,67	18,48	37,63	6,368
3/4H-1/4G	14,49	20,16	37,49	6,414
7/8H-1/8G	14,74	23,38	45,56	6,550

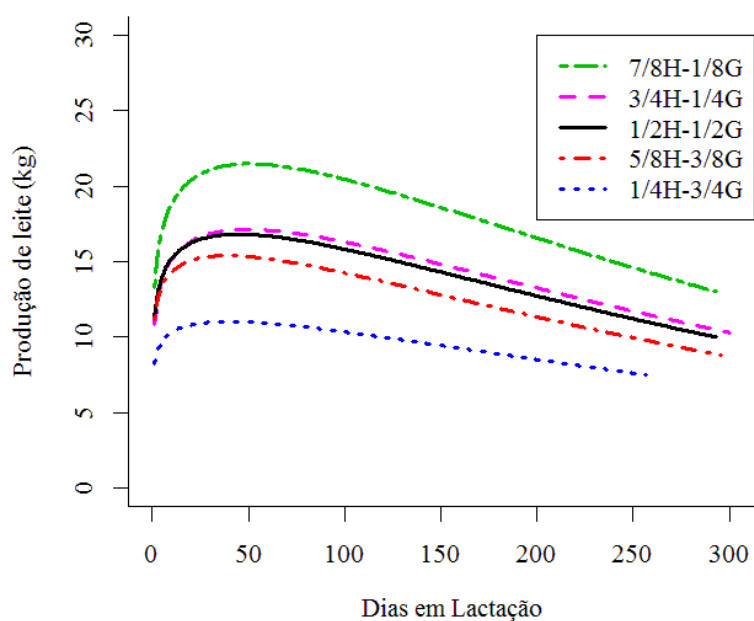


Figura 1. Curvas de lactação de vacas Girolando, de diferentes grupos genéticos, de primeira ordem de parto, ajustadas pelo modelo de Wood (1967) por abordagem Bayesiana.

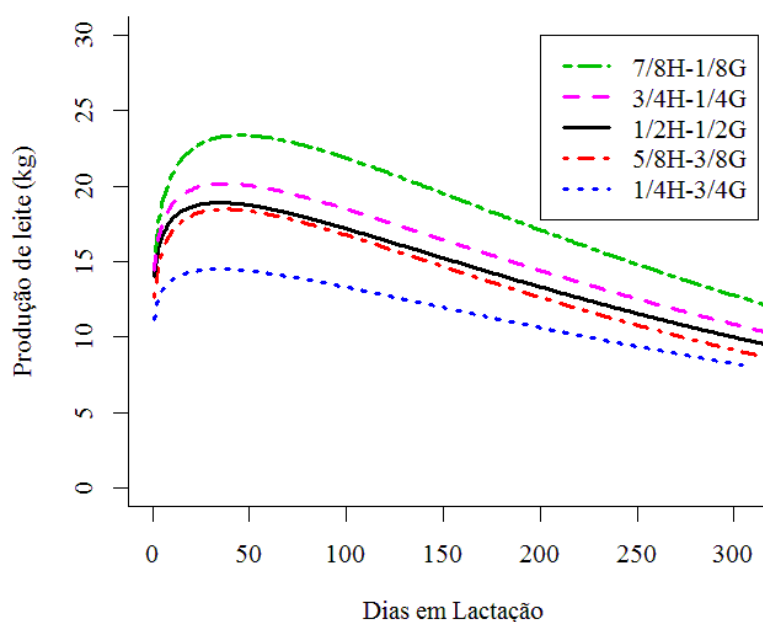


Figura 2. Curvas de lactação de vacas Girolando, de diferentes grupos genéticos, de segunda ordem de parto, ajustadas pelo modelo de Wood (1967) por abordagem Bayesiana.

Comparando-se as ordens de parto foi observado que os animais OP1 demoraram mais tempo para atingir o pico e, entre os grupos genéticos, este fato foi observado nos animais 7/8H-1/8G; estas duas classes foram as que se mostraram mais persistentes (Tabela 3). Fato este que pode ser explicado pela correlação entre pico e persistência. Tekerli et al. (2000) e Albarrán-Portillo & Pollott relataram valores de 0,80 e 0,64 para correlação entre o pico de produção e a persistência na lactação, o que denota a estreita relação entre essas duas características, concluindo que picos de produção que ocorrem mais tardiamente estão associados a lactações mais persistentes. Por outro lado, associação negativa (-0,22) entre pico e persistência também foi relatada (TEKERLI et al., 2000), ou seja, vacas que expressam elevada produção no pico tendem a apresentar maior taxa de decréscimo após a produção máxima. No caso do grupo 7/8H-1/8G, os animais apresentaram elevada produção inicial, elevada produção no pico e também alta taxa de declínio de produção após o pico, o que lhes proporcionou manter elevada produção durante todas as fases da curva de lactação. Além disso, este grupo foi o que demorou mais tempo para atingir o pico de produção. Sendo assim, o fato da

produção ser elevada por toda a lactação aliado ao pico mais tardio, confere a estes animais maior persistência na lactação.

Animais mais persistentes estão sujeitos a menor estresse fisiológico devido a menor produção no pico de lactação, o que minimiza a incidência de problemas reprodutivos e de doenças metabólicas (MADSEN, 1975; SÖLKNER & FUCHS, 1987; GROSSMAN et al., 1999; TEKERLI et al., 2000). Além disso, vacas que apresentam maiores persistências apresentam também maior produção de leite, maior longevidade e podem ser consideradas produtoras mais eficientes, uma vez que fornecem retorno econômico, de certo modo, regular durante toda a vida útil (LUDWICK & PETERSEN, 1943). Ainda neste sentido, vacas com curvas de lactação mais persistentes têm necessidades energéticas mais constantes em toda a lactação (DEKKERS et al., 1998).

Na Tabela 4 são observadas a duração de lactação e produção total de leite para os diferentes grupos genéticos e duas ordens de parto. Foi possível observar que, dentro de cada ordem de parto, os grupos genéticos mostraram comportamento semelhante em relação à duração da lactação.

Tabela 4. Duração da lactação (DL) e produção total de leite (PTL) para vacas Girolando de diferentes grupos genéticos de primeira e segunda ordem de parto

Grupo genético	DL (dias)		PTL (kg)
	OP1		
1/4H-3/4G	272 <sup>a</sup>		2.938,60 <sup>c</sup>
1/2H-1/2G	273 <sup>a</sup>		3.894,30 <sup>a</sup>
5/8H-3/8G	277 <sup>a</sup>		3.517,00 <sup>b</sup>
3/4H-1/4G	277 <sup>a</sup>		4.032,50 <sup>a</sup>
7/8H-1/8G	278 <sup>a</sup>		4.116,60 <sup>a</sup>
CV (%)*	8,35		33,87
	OP2		
1/4H-3/4G	234 <sup>a</sup>		2.776,3 <sup>d</sup>
1/2H-1/2G	245 <sup>a</sup>		4.164,5 <sup>b</sup>
5/8H-3/8G	246 <sup>a</sup>		3.693,2 <sup>c</sup>
3/4H-1/4G	244 <sup>a</sup>		4.159,3 <sup>b</sup>
7/8H-1/8G	242 <sup>a</sup>		4.663,5 <sup>a</sup>
CV (%)*	22,39		39,72

Letras iguais na mesma coluna, para as diferentes ordens de parto, não diferem entre si pelo teste de Tukey a 5% de probabilidade ( $p > 0,05$ ). \*CV (%) = Coeficiente de Variação

Para o grupo 1/2H-1/2G, a duração de lactação se mostrou semelhante à observada para animais de OP1 (271 dias) e menor para animais OP2 (270 dias) que a observada por Glória et al. (2010), estudando a lactação de animais de mesma composição genética.

Ainda para duração da lactação, ela se mostrou menor que os valores observados por McManus et al. (2008) de 274, 279 e 284 dias para animais 3/4 Holandês-1/4 Gir, 1/2 Holandês-1/2 Gir e 1/4 Holandês-3/4 Gir, respectivamente.

Maior produção de leite foi verificada nos animais com maiores proporções da raça Holandês. O grupo genético 7/8H-1/8G mostrou maior produção total de leite, mostrando-se semelhante aos grupos 3/4H-1/4G e 1/2H-1/2G, na OP1, e mais produtivo que estes animais na OP2, concordando com Glória et al. (2006) em que, quanto maior a contribuição genética da raça Holandesa no cruzamento Gir - Holandês maiores são os índices de produção. A produção do grupo genético 7/8H-1/8G do presente estudo se assemelha ao observado pelos autores (4.733,5 kg).

O elevado desempenho produtivo dos grupos genéticos 3/4H-1/4G e 1/2H-1/2G também foi verificado por McManus et al. (2008), que verificaram maiores produções médias diárias e produção total de leite para os animais destas composições genéticas. A produção total de leite dos animais 1/4H-3/4G se mostrou maior que a observada pelos autores (2.348,8 kg).

O maior desempenho dos animais 7/8H-1/8G e inferior dos animais 1/4H-3/4G também foi verificado por outros autores que estudaram a produção de leite de animais de diferentes composições genéticas do cruzamento Holandês-Gir (FACÓ et al., 2002; MCMANUS et al., 2008)

Diferentemente do presente estudo, Facó et al. (2002) observaram variação na duração da lactação dos animais, obtendo elevados valores para animais 7/8H-1/8G, 3/4H-1/4G e 1/2H-1/2G. Os animais 5/8H-3/8G mostraram duração da lactação intermediária.

A produção de leite observada para os grupos 1/2H-1/2G, 3/4H-1/4G e 7/8H-1/8G se mostrou menor que a observada por Freitas et al. (2001), que estudaram a produção de leite de animais com diferentes composições genéticas Holandês-Gir, em três diferentes regiões, e observaram, aproximadamente, 3.700 kg de leite para animais 1/2H-1/2G; 3.900 kg de leite para animais 3/4H-1/4G e para os animais 7/8H-1/8G, produção de 4.000 kg de leite.

Para ambas as ordens de parto verificou-se pior desempenho na produção total de leite para os animais 1/4H-3/4G e 5/8H-3/8G. O desempenho produtivo inferior observado nos animais 5/8H-3/8G concorda com os resultados de Teodoro & Verneque (1999), que também foi verificado por Facó et al. (2002), e pode ser explicado pelas perdas de heterose que ocorrem nos cruzamentos para formação da raça. Porém, sua utilização se faz justificável uma vez que a raça foi criada com o propósito de formar um grupo de animais capazes de produzir nas regiões tropicais e subtropicais, tentando conciliar elevada produtividade (da raça Holandesa) e adaptabilidade (da raça Gir), proporcionando mais facilidade no uso e manejo pelos produtores (SILVA et al., 2011). Deste modo, concorda-se com Barbosa et al. (2008) em que o grupo genético 5/8H-3/8G mostrou-se promissor em termos de produção de leite, mas é necessária intensa seleção nestes animais, que são base para a formação da raça sintética Girolando.

No caso dos animais 1/4H-3/4G, a menor produção pode ser explicada pelo fato dos genes da raça Holandesa se apresentarem em menor proporção nos animais desta composição genética.

Considerando o coeficiente de variação (CV) das características DL e PTL, observou-se menor valor para as fêmeas primíparas, ou seja, devido ao fato dos animais desta ordem de parto ainda estarem em crescimento, seu desempenho produtivo é mais semelhante, sendo que para fêmeas de OP2, que já estão com sua glândula mamária completamente formada, a diferença no desempenho produtivo é maior e em virtude da capacidade produtiva de cada grupo genético; cada grupo mostra o seu real potencial, mostrando maior diferença entre eles.

As possíveis variações quanto ao número de observações e animais para cada grupo genético, sendo os animais 1/2H-1/2G e 3/4H-1/4G os mais numerosos, podem ser justificadas pelo fato de estas duas composições, juntamente com os animais 1/4H-3/4G, participarem da formação do grupo 5/8H-3/8G, uma vez que a raça Girolando ainda está em formação. O pequeno número de animais 1/4H-3/4G pode ser justificado pela preferência que têm os produtores em manter no cruzamento para formação do Girolando, animais que apresentam maior proporção de genes da raça Holandesa do que da raça Gir.

No caso dos animais com composição 7/8H-1/8G observa-se também baixos números de animais e observações. Isso pode ser justificado pelo fato de que, mesmo sendo mais produtivos, estes animais apresentam maior proporção da raça Holandesa, o

que os torna, de modo geral, mais exigentes, principalmente, em termos nutricionais, não sendo uma preferência dos produtores.

### **Conclusões**

A abordagem Bayesiana no ajuste do modelo de Wood permitiu estimativas acuradas das características da curva de lactação dos animais, da produção total de leite, duração da lactação e persistência.

Animais de primeira ordem de parto apresentam menores valores de produção de leite durante as fases da curva de lactação, sendo considerados mais persistentes, porém menos produtivos que os de segunda ordem de parto.

### **III. Considerações Gerais**

O modelo de Wood permitiu estudar o desempenho produtivo de animais com diferentes composições genéticas, porém, deve-se considerar a construção de um modelo nacional, formado com bases nas características intrínsecas do país, para que ele ajuste mais adequadamente os dados de produção de leite dos animais aqui criados.

Se isso não for possível ou se a utilização de modelos já existentes como este já for eficaz, faz-se necessário o melhor controle da produção, com anotações corretas e frequentes, de modo a permitir que as estimativas sejam mais acuradas e possibilitem melhor manejo dos animais, antecipada predição da produção de leite e identificação dos animais mais produtivos, podendo selecioná-los antecipadamente, aumentando a eficiência da produtividade e produção.

Os modelos de curva de lactação apresentaram dificuldade em ajustar dados de produção de leite de vacas primíparas, em virtude principalmente da baixa produção no pico, o que impede que os modelos o determinem, tornando o ajuste da curva menos eficaz.

A abordagem Bayesiana no ajuste dos modelos permitiu que fossem encontrados maiores valores de  $R^2_A$  do que os verificados na abordagem frequentista, sendo indicada na análise de dados de produção de leite e curvas de lactação, em virtude da sua eficácia e acurácia na estimação dos parâmetros.

Os animais 5/8H-3/8G apresentaram produção de leite intermediária, mostrando-se animais interessantes para a atividade leiteira nos trópicos, sendo necessária uma



seleção significativa nos melhores animais desta composição genética para alcançar melhores índices produtivos.

## Referências Bibliográficas

- ALBARRÁN-PORTILLO, B.; POLLOTT, G.E. Environmental factors affecting lactation curve parameters in the United Kingdom's commercial dairy herds. **Archivos de Medicina Veterinaria**, v. 43, p. 145-153, 2011.
- BARBOSA, S.B.P.; RAMALHO, R.P.; MONARDES, H.G.; DIAS, F.M.; SANTOS, D.C.; BATISTA, A.M.V. Milk and fat production of crossbred Holstein-Gir cows (*Bos Taurus taurus-Bos taurus indicus*) in the Agreste region of the Brazilian state of Pernambuco. **Genetics and Molecular Biology**, v. 31, n. 2, p.468-474, 2008.
- BLOCK, E.; BURCHARD, J.F.; MONARDES, H.G. **Manual do curso de bovinos leiteiros**. Montreal: McGill University, 1995.
- COBUCCI, J.A.; EUCLYDES, R.F.; TEODORO, R.L.; VERNEQUE R.S.; LOPES, P.S.; SILVA, M.A. Aspectos genéticos e ambientais da curva de lactação de vacas da raça Guzará. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 30, n 4, p. 1204 –1211, 2001.
- COBUCCI, J.A.; EUCLYDES, R.F.; PEREIRA, C.S.; TORRES, R. A.; COSTA, C.N.; LOPES, P.S. Persistência na lactação – uma revisão. **Archivos Latinoamericnos de Producción Animal**, v.11, n. 3, p.163-173, 2003.
- COBUCCI, J.A.; EUCLYDES, R.F.; COSTA, C.N.; LOPES, P.S.; TORRES, R.A.; PEREIRA, C.S. Análise de persistência na lactação de vacas da raça Holandesa, usando produção no dia do controle e modelo de regressão aleatória. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 33, n.3, p. 546-554, 2004.
- DEKKERS, J.C.M.; TEM HAG, J.H.; WEERSINK, A. Economic aspects of persistency of lactation in dairy cattle. **Livestock Production Science**, v.53, p.237-252, 1998.
- EL FARO, L.; ALBUQUERQUE, L.G. Comparação de alguns modelos matemáticos para o ajuste às curvas de lactação individuais de vacas da raça Caracu. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v.54, n.3, p.295-302, 2002.
- FACÓ, O.; LÔBO, R.N.B.; MARTINS FILHO,R.; MOURA, A.A.A. Análise do Desempenho Produtivo de Diversos Grupos Genéticos Holandês x Gir no Brasil. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.31, n.5 1944-1952, 2002.
- FREITAS, M.S.; DURÃES, M.C.; FREITAS, A.F.; BARRA, R.B. Comparação da produção de leite e de gordura e da duração da lactação entre cinco “graus de sangue” originados de cruzamentos entre Holandês e Gir em Minas Gerais. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**.v.53, n.6, p.708-713, 2001.
- GLÓRIA, J.R.; BERGMANN, J.A.G.; REIS, R.B.; COELHO, M.S.; SILVA, M.A. Efeito da composição genética e de fatores de meio sobre a produção de leite, a duração da lactação e a produção de leite por dia de intervalo de partos de vacas mestiças Holandês-Gir. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v.58, p.1139-1148, 2006.

- GLÓRIA, J.R.; BERGMANN, J.A.G.; QUIRINO, C.R.; RUAS, J.R.M.; MATOS, C.R.A.; PEREIRA, J.C.C. Curvas de lactação de quatro grupos genéticos de mestiças Holandês-Zebu. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.39, n.10, p.2160-2165, 2010.
- GROSSMAN, M.; HARTZ, S.M.; KOOPS, W.P. Persistency of lactation yield: A novel approach. **Journal of Dairy Science**, v. 82, n. 10, p. 2192-2197, 1999.
- HEIDELBERGER, P.; WELCH, P.D. Simulation run length control in the presence of an initial transient. **Operations Research**, v.31, n.6, p.1109-1144, 1983.
- JUNQUEIRA, L.V.; NEIVA, R.S.; VEIGA, R.D.; TEIXEIRA, N.M.; DURÃES, M.C.; LOPES, M.A. Estudo das curvas de lactação de vacas Holandesas de alguns rebanhos do Estado de Minas Gerais, por intermédio de uma função gama incompleta. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 26, n.6, p.1109-1118, 1997.
- LUDWICK, T.M.; PETERSEN, W.E. A measure of persistency of lactation of dairy cattle. **Journal of Dairy Science**, v. 26, p. 439-445, 1943.
- MADSEN, O. A comparison of some suggested measures of persistency of milk yield in dairy cows. **Animal Production**, v. 20, p. 191-197, 1975.
- McMANUS, C.; TEIXEIRA, R.A.; DIAS, L.T. LOUVANDINI, H.; OLIVEIRA, E.M.B. Características produtivas e reprodutivas de vacas Holandesas e mestiças Holandês × Gir no Planalto Central. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.37, n.5, p.819-823, 2008.
- MILLER, N.; DELBECCHI, L.; PETITCLERC, D.; WAGNER, G.F.; TALBOT, B.G.; LACASSE, P. Effect of stage of lactation and parity on mammary gland cell renewal. **Journal of Dairy Science**, v. 89, p. 4669-4677, 2006.
- QUEIROZ, S.A.; FREITAS, M.A.R.; ALBUQUERQUE, L.G.; LÔBO, R.B. Fatores genéticos e de meio que influenciam os componentes da curva de lactação de bovinos da raça Holandesa. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v. 43, n.4, p. 357-370, 1991.
- R Development Core Team [2012]. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN3-900051-07-0.
- REBOUÇAS, G. F.; GONÇALVES, T. M.; MARTINEZ, M. L.; AZEVEDO JUNIOR, J.; KOOPS, W. Novas funções para estimar a produção de leite, em 305 dias de lactação, de vacas da raça Gir. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.37, n.7, p. 1222-1229, 2008.
- REKAYA, R.; CARABÃNO, M.J.; TORO, M.A. Bayesian analysis of lactation curves of Holstein-Friesian cattle using a nonlinear model. **Journal of Dairy Science**, v.83, p.2691-2701, 2000.

- RIBEIRO, M.N.; PIMENTA FILHO, E.C. Estudo de Efeitos Ambientais que Influem na Forma da Curva de Lactação de Cabras Mestiças no Estado da Paraíba. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 28, n.4, p. 868-874, 1999.
- SANDERS, H.G. The shape of lactation curve. **Journal of Agricultural Science**, v.13, p. 169-179, 1923.
- SANTOS, M.V.; FONSECA, L.F.L. **Estratégias para Controle de Mastite e Melhoria da Qualidade do Leite**. 1.ed. Barueri: Editora Manole, 2006. 314p.
- SILVA, M.V.G.; PAIVA, L.C.; CEMBRANELLI, M.A.R.; MARTINS, M.F.; RODRIGUES, W.B.R. **Programa de Melhoramento Genético da Raça Girolando – Teste de Progênie: Sumário de Touros 2011**. – Juiz de Fora: Embrapa Gado de Leite, 2011. 46p. (Documentos, 148).
- SÖLKNER, J.; FUCHS, W. A comparison of different measures of persistency with special respect to variation of Test-day milk yields. **Livestock Production Science**, v. 16, p.305-319, 1987.
- SOUZA, R; SANTOS, G.T.; VALLOTO, A.A.; SANTOS, A.L.; GASPARINO, E.; SILVA, D.C.; SANTOS, W.B. R. Produção e qualidade do leite de vacas da raça Holandesa em função da estação do ano e ordem de parto. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, v. 11, n. 2, p. 484-495, 2010.
- TEKERLI, M.; AKINCI, Z.; DOGAN, I.; AND AKCAN, A. Factors affecting the shape of lactation curves of Holstein cows from the Balikesir province of Tukey. **Journal of Dairy Science**, v. 83, n.6, p.1381-1386, 2000.
- TEODORO, R.L.; VERNEQUE, R.S. Sistema de cruzamento como alternativa para o melhoramento de bovinos. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA, 36., 1999, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Zootecnia, 1999. p.127-141.
- WOOD, P.D.P. Algebraic model of the lactation curve in cattle. **Nature**, v. 216, p. 164-165, 1967.